

## Verwaltungs- und Wirtschafts- Akademie Potsdam e. V.

Dipl.-Kfm. Thomas Rochow

### Notation:

#### Allgemeine Notation:

$X, Y$ :	statistisches Merkmal, statistische Größe
$N$ :	Umfang der Grundgesamtheit
$n$ :	Stichprobenumfang
$e_i$ :	statistische Einheit $i$ , Merkmalsträger $i$
$x_i$ :	Beobachtungswert Nummer $i$ bezüglich Merkmal $X$ ohne Beachtung des Merkmalsträgers

#### Notation für eindimensionales ungruppiertes (unklassiertes) Datenmaterial:

$a_j$ :	Werte, die die betrachtete statistische Größe in unserer Stichprobe für die statistische Größe konkret annimmt
$h(a_j)$ :	absolute Häufigkeit der Ausprägung $a_j$
$f(a_j)$ :	relative Häufigkeit der Ausprägung $a_j$
$H(x)$ :	absolute kumulierte Häufigkeit
$F(x)$ :	relative kumulierte Häufigkeit

Kumulierte Häufigkeiten geben Auskunft über höchstens (also kleiner/gleich) Fragestellungen

#### Notation für eindimensionales gruppiertes (klassiertes) Datenmaterial:

$j$ :	Nummer der Gruppe (Klasse)
$h_j$ :	absolute Häufigkeit der Gruppe $j$
$f_j$ :	relative Häufigkeit der Gruppe $j$
$H(x)$ :	absolute kumulierte Häufigkeit
$F(x)$ :	relative kumulierte Häufigkeit

Kumulierte Häufigkeiten geben Auskunft über höchstens (also kleiner/gleich) Fragestellungen

$b_j$ :	Breite der Gruppe $j$
	$b_j = \text{Obergrenze Gruppe } j - \text{Untergrenze der Gruppe } j$
$m_j$ :	Mitte der Gruppe $j$
	$m_j = \frac{\text{Untergrenze Gruppe } j + \text{Obergrenze der Gruppe } j}{2}$

## Musteraufgaben Konzentration

### Aufgabe 1 (Konzentrationsrechnung) – analog Skript Aufgabe 5, S. 39

#### Teil 1

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) von den 10 Unternehmen einer Branche:

$$x_1 = 4; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = 2; \quad x_4 = 5; \quad x_5 = 1$$
$$x_6 = 1; \quad x_7 = 6; \quad x_8 = 1; \quad x_9 = 1; \quad x_{10} = 2$$

1. Berechnen Sie die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und zeichnen Sie die Lorenzkurve!
2. Welcher Anteil am Gesamtumsatz entfällt auf die 80% umsatzschwächsten Unternehmen?
3. Berechnen Sie den Gini-Koeffizient (*Gini* oder  $G$ ) und den normierten Gini-Koeffizient ( $Gini^*$  oder  $G^*$ )!

$$Gini = G = \frac{2 \sum_{i=1}^n i \cdot x_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i} - \frac{n+1}{n}$$

$$Gini^* = G^* = \frac{n}{n-1} \cdot Gini$$

#### Teil 2

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) von den 10 Unternehmen einer Branche:

$$x_1 = 4; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = 2; \quad x_4 = 5; \quad x_5 = 1$$
$$x_6 = 1; \quad x_7 = 6; \quad x_8 = 1; \quad x_9 = 1; \quad x_{10} = 2$$

1. Berechnen Sie die Konzentrationsraten CR1, CR3, CR5 und CR8!
2. Berechnen Sie den Herfindahl-Index!
3. Um welchen Betrag ändert sich – unter sonst gleichen Bedingungen (d. h. nicht ändernden Umsätzen) – der Herfindahl-Index, wenn die beiden Unternehmen mit Umsatz ~~30 Mio. €~~ fusionieren, wobei sich deren Umsätze addieren?

4 Mio. € + 5 Mio. €

## Aufgabe 2

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) der 10 Unternehmen eines kleinen Landes:

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 4; \quad x_3 = 5; \quad x_4 = 6; \quad x_5 = 8; \\ x_6 = 4; \quad x_7 = 5; \quad x_8 = 3; \quad x_9 = 5; \quad x_{10} = 5$$

1. Berechnen und interpretieren Sie die Konzentrationsraten CR1, CR3, CR5 und CR8!
2. Berechnen Sie den Herfindahl-Index!
3. Die Unternehmen, die einen Umsatz mit 6 Mio.€ und 8 Mio.€ aufweisen, fusionieren nach der Fusion gibt es also folgende Marktaufteilung:

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 4; \quad x_3 = 5; \quad x_4 = 14; \\ x_5 = 4; \quad x_6 = 5; \quad x_7 = 3; \quad x_8 = 5; \quad x_9 = 5$$

Berechnen Sie den Herfindahl-Index erneut! Vergleichen Sie diese mit der Situation unter 2.! Um welchen Wert hat sich der Herfindahl-Index geändert

## Aufgabe 3

Sie wollen auf dem Markt, auf dem ein Unternehmen tätig ist, eine Konkurrenzanalyse vornehmen, das Unternehmen hat vier Konkurrenten, die Umsätze des letzten Jahres sind Ihnen sortiert in nachstehender Auflistung gegeben, das betrachtete Unternehmen ist immer noch das umsatzstärkste Unternehmen (alle Angaben in Mio. €):

$$x_1 = 1; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 5; \quad x_4 = 8; \quad x_5 = 10$$

1. Berechnen Sie die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und zeichnen Sie die Lorenzkurve!
2. Welcher Anteil am Gesamtumsatz entfällt auf die 80% umsatzschwächsten Unternehmen? Bestimmen Sie diesen Anteil mit Hilfe der erstellten Tabelle!
3. Berechnen Sie den Gini-Koeffizient (*Gini* oder  $G$ ) und den normierten Gini-Koeffizient ( $Gini^*$  oder  $G^*$ )!

$$Gini = G = \frac{2 \sum_{i=1}^n i \cdot x_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i} - \frac{n+1}{n}$$

$$Gini^* = G^* = \frac{n}{n-1} \cdot Gini$$

## Musteraufgaben Konzentration

### Aufgabe 1 (Konzentrationsrechnung) – analog Skript Aufgabe 5, S. 39 Teil 1

frei ca 20 Pkt

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) von den 10 Unternehmen einer Branche:

$$x_1 = 4; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = 2; \quad x_4 = 5; \quad x_5 = 1 \\ x_6 = 1; \quad x_7 = 6; \quad x_8 = 1; \quad x_9 = 1; \quad x_{10} = 2$$

1. Berechnen Sie die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und zeichnen Sie die Lorenzkurve!
2. Welcher Anteil am Gesamtumsatz entfällt auf die 80% umsatzschwächsten Unternehmen?
3. Berechnen Sie den Gini-Koeffizient (*Gini* oder *G*) und den normierten Gini-Koeffizient (*Gini\** oder *G\**)!

$$Gini = G = \frac{2 \sum_{i=1}^n i \cdot x_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i} - \frac{n+1}{n}$$

$$Gini^* = G^* = \frac{n}{n-1} \cdot Gini$$

als Einstieg 2) Wie können wir vorgehen.

1) Aufstellen einer Tabelle, in der die Lorenzsche Kurve nach  $x_i$  sortiert werden.

2) Bestimmung der relativen Häufigkeiten  $f(O_i)$  und Kumulation

deser zu dem relative kumulier-  
te Häuf. Zeilen, hier mit  $h_j$   
bezeichnen (Analog zu  $F(x)$ )

3) Berechnung des Gesamtwertes  $V$

$$V = \sum a_j h(a_j)$$

↳ Merkmalssumme

↳ Merkmalscolumnen

↳ absolute Merkmalsbeiträge

da Ausprägung  $a_j$

4) Berechnung der relativen  
Merkmalbeiträge  $\frac{a_j \cdot h(a_j)}{V}$

und Kumulation dieser  
zu den relativen

kumulierten Merkmal-  
beiträgen  $V_{er}$



neue Seite

$h(a_j)$   
 $n$

$a_j \cdot h(a_j)$   
 $V$

$a_j$	$h(a_j)$	$P(a_j)$	$u_{a_j}$	$a_j \cdot h(a_j)$	$V$	$V_{\Sigma}$
1	4	0,4	0,4	4	0,16	0,16
2	3	0,3	0,7	6	0,24	0,4
4	1	0,1	0,8	4	0,16	0,56
5	1	0,1	0,9	5	0,20	0,76
6	1	0,1	1,0	6	0,24	1,0
	<u>10</u>	<u>1,0</u>		<u>25</u>	<u>1,0</u>	

Vor- Ebene der  
 zelle, dem abhängige  
 Unternehmen

$V = 25$  Ebene der  
 maximaler  
 Umsatz

fortschrittliche K - Verteilung i. w. S.

2) Auf die 80% Umsatzes stützenden  
 Unternehmen entfällt 56%  
 des gesamten Umsatzes.



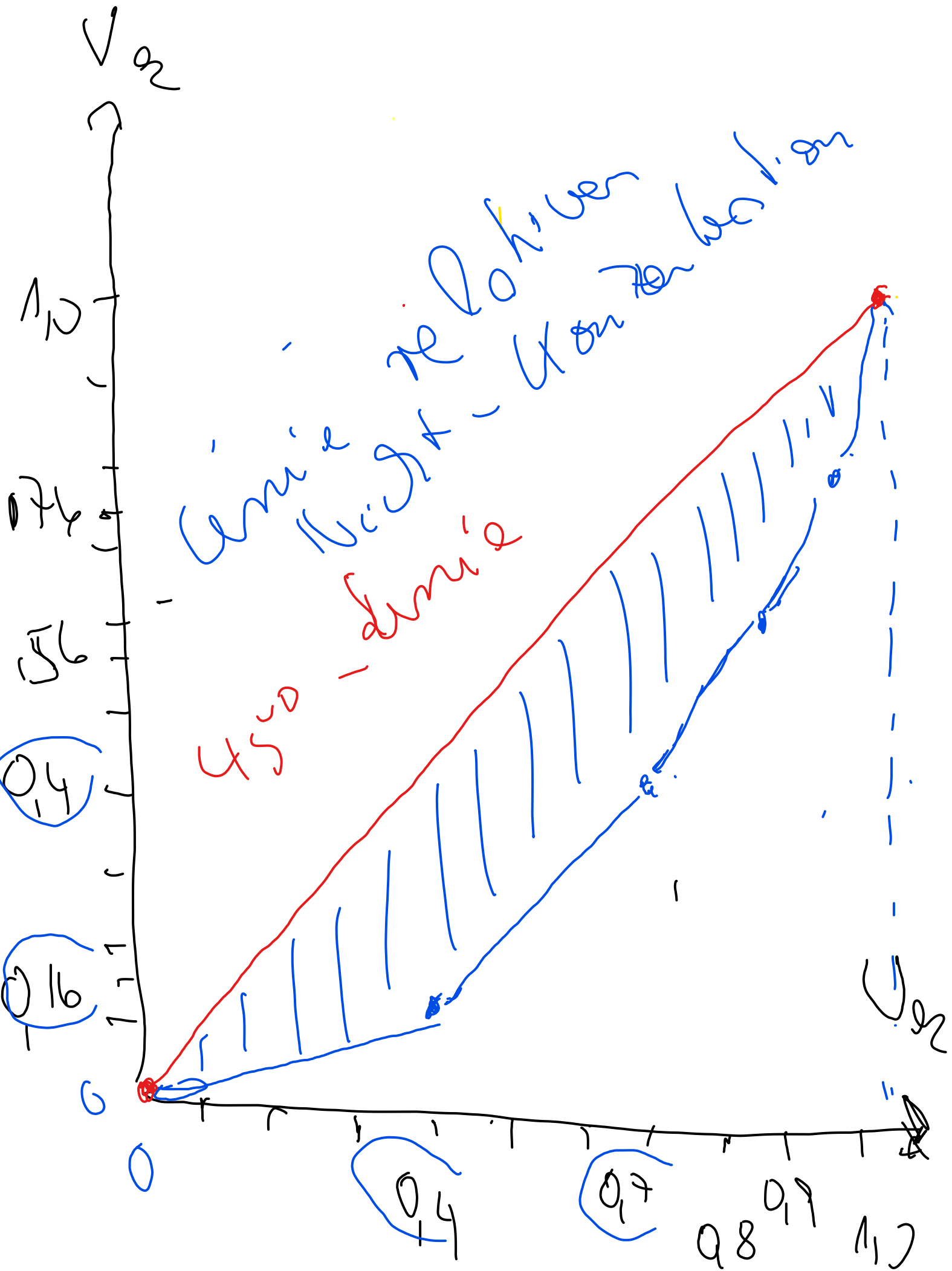
# Lorenzkurve

Lorenzkurve  $\rightarrow$  die Verteilung i. e. S.

$U_{ez}$	$V_{ez}$
0	0
0,4	0,16
0,7	0,4
0,8	0,56
0,9	0,76
1,0	1,0

immer ab  
Anfang der  
Lorenzkurve

immer das  
Ende der  
Lorenzkurve



- Lorenzkurve für das  
Ausgangsbispiel.

geom.-Koeffizient  $G$

einfach parabolisch

$$G = \frac{\text{Fläche zwischen Lorenzkurve und } 45^\circ\text{-Linie}}{\text{Fläche zwischen } 45^\circ\text{-Achse und } 45^\circ\text{-Linie}}$$

$$0 \leq G \leq 1$$

$G = 0$  keine relative  
Konzentration

$0 < G < 0,25$  schwach  $\downarrow$

$0,25 \leq G \leq 0,4$  mäßig  $\downarrow$ .

$G > 0,4$  stark relative  
Konzentration



Erwartete  $G$  und  $G^*$  für unsere Bsp.

$i$	$x_i$ mal	$i \cdot x_i$
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	1	4
5	2	10
6	2	12
7	2	14
8	4	32
9	5	45
10	6	60
	<hr/>	<hr/>
	25	183

$$G = \frac{2 \cdot \sum i \cdot x_i}{n \cdot \sum x_i} - \frac{n+1}{n}$$

$$G = \frac{2 \cdot 183}{10 \cdot 25} - \frac{10+1}{10} = 0,364$$

$$G^{\#} = \frac{3}{3-1} \cdot G$$

$$G^{\#} = \frac{10}{10-1} \cdot 0,364 = \underline{\underline{0,404}}$$

starke relative

Konzentration







## Teil 2

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) von den 10 Unternehmen einer Branche:

$$x_1 = 4; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = 2; \quad x_4 = 5; \quad x_5 = 1$$

$$x_6 = 1; \quad x_7 = 6; \quad x_8 = 1; \quad x_9 = 1; \quad x_{10} = 2$$

und in Kopie hier

1. Berechnen Sie die Konzentrationsraten CR1, CR3, CR5 und CR8!
2. Berechnen Sie den Herfindahl-Index!
3. Um welchen Betrag ändert sich – unter sonst gleichen Bedingungen (d. h. nicht ändernden Umsätzen) – der Herfindahl-Index, wenn die beiden Unternehmen mit Umsatz ~~30 Mio. €~~ fusionieren, wobei sich deren Umsätze addieren?

mit 9 Mio € u. 5 Mio €

1) a) Aufstellen einer Tabelle, in der die Unternehmensumsätze von 1 bis 10 Reihenweises sind

b) Bestimmung des Gesamtumsatzes  $V$  der Unternehmen

$$V = \sum x_i$$

c) Prozentuieren

Bestimmung der Marktanteile

$p_i$  für alle Unternehmen über

$$P_i = \frac{x_i}{V}$$

d) Kumulation dieser  $P_i$  zu dem  
 $CR_m$  (Marktanteil der  $m$   
größten Unternehmen.)

Wahl aus beidmischen

früher

frei

neue Seite

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_i$	6	5	4	2	2	2	1	1	1	1
$V = \sum x_i$	$V = 25$									
$p_i = \frac{x_i}{V}$	0,24	0,2	0,16	0,08	0,08	0,08	0,04	0,04	0,04	0,04
$Q_n$	0,24	0,44	0,60	0,68	0,76	0,84	0,88	0,92	0,96	1,0

Das größte Unternehmen hat 24% Marktanteil

Die größten 3/5/8 Unternehmen haben

zusammen 60% / 76% / 92% Marktanteil

$$CR1 = 0,24 < 0,4 \quad (\text{nicht kritisch})$$

$$CR3 = 0,6 > 0,5 \quad \text{kritisch}$$

$$CR5 = 0,76 > \frac{2}{3} \quad \text{kritisch}$$

Oligopol vermuten,  
wenige Unternehmen

2) H für unser großes Beispiel

$$H = 0,4^2 + 0,2^2 + 0,16^2 +$$
$$3 \cdot 0,08^2 + 4 \cdot \underline{0,04^2}$$

$$= \underline{\underline{0,1488}}$$

misst die Konzentration.

$$3) \text{ Weg 1 } \Delta H = Z P_1 P_2$$

$$\Delta H = 2 \cdot 0,2 \cdot 0,16 = \underline{\underline{0,064}} \quad (2)$$

Interpretation

Zirkische  
Fusion  $\left\{ \begin{array}{l} H \text{ nimmt um } 0,064 \text{ (2)} \\ \text{Indexpunkte um} \end{array} \right.$

$$0,064 > 0,02 \quad (2)$$

$$H_{\text{neu}} = H_{\text{alt}} + \Delta H \quad (2)$$

$$= 0,1488 + 0,064$$

$$= \underline{\underline{0,2128}}$$

Weg 2 a) zuerst  $H_{\text{neu}}$  berechnen,

dann Addition der beiden Marktanteile

$$H_{\text{neu}} = 0,24^2 + 0,36^2 + 3 \cdot 0,08^2 + 4 \cdot 0,04^2 = \underline{\underline{0,2128}}$$

b)  $\Delta H$  berechnen

$$\Delta H = H_{\text{neu}} - H_{\text{alt}}$$

$$\Delta H = 0,2128 - 0,1488 = \underline{\underline{0,064}}$$

c)  $\Delta H$  verbalisieren

H hat um 0,064 Index-

Punkte zugenommen.





