

Verwaltungs- und Wirtschafts- Akademie Potsdam e. V.

Dipl.-Kfm. Thomas Rochow

Notation:

Allgemeine Notation:

X, Y :	statistisches Merkmal, statistische Größe
N :	Umfang der Grundgesamtheit
n :	Stichprobenumfang
e_i :	statistische Einheit i , Merkmalsträger i
x_i :	Beobachtungswert Nummer i bezüglich Merkmal X ohne Beachtung des Merkmalsträgers

Notation für eindimensionales ungruppiertes (unklassiertes) Datenmaterial:

a_j :	Werte, die die betrachtete statistische Größe in unserer Stichprobe für die statistische Größe konkret annimmt
$h(a_j)$:	absolute Häufigkeit der Ausprägung a_j
$f(a_j)$:	relative Häufigkeit der Ausprägung a_j
$H(x)$:	absolute kumulierte Häufigkeit
$F(x)$:	relative kumulierte Häufigkeit

Kumulierte Häufigkeiten geben Auskunft über höchstens (also kleiner/gleich) Fragestellungen

Notation für eindimensionales gruppiertes (klassiertes) Datenmaterial:

j :	Nummer der Gruppe (Klasse)
h_j :	absolute Häufigkeit der Gruppe j
f_j :	relative Häufigkeit der Gruppe j
$H(x)$:	absolute kumulierte Häufigkeit
$F(x)$:	relative kumulierte Häufigkeit

Kumulierte Häufigkeiten geben Auskunft über höchstens (also kleiner/gleich) Fragestellungen

b_j :	Breite der Gruppe j
	$b_j = \text{Obergrenze Gruppe } j - \text{Untergrenze der Gruppe } j$
m_j :	Mitte der Gruppe j
	$m_j = \frac{\text{Untergrenze Gruppe } j + \text{Obergrenze der Gruppe } j}{2}$

Musteraufgaben Konzentration

Aufgabe 1 (Konzentrationsrechnung) – analog Skript Aufgabe 5, S. 39

Teil 1

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) von den 10 Unternehmen einer Branche:

$$\begin{aligned}x_1 &= 4; & x_2 &= 2; & x_3 &= 2; & x_4 &= 5; & x_5 &= 1 \\x_6 &= 1; & x_7 &= 6; & x_8 &= 1; & x_9 &= 1; & x_{10} &= 2\end{aligned}$$

1. Berechnen Sie die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und zeichnen Sie die Lorenzkurve!
2. Welcher Anteil am Gesamtumsatz entfällt auf die 80% umsatzschwächsten Unternehmen?
3. Berechnen Sie den Gini-Koeffizient (*Gini* oder G) und den normierten Gini-Koeffizient ($Gini^*$ oder G^*)!

$$Gini = G = \frac{2 \sum_{i=1}^n i \cdot x_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i} - \frac{n+1}{n}$$

$$Gini^* = G^* = \frac{n}{n-1} \cdot Gini$$

Teil 2

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) von den 10 Unternehmen einer Branche:

$$\begin{aligned}x_1 &= 4; & x_2 &= 2; & x_3 &= 2; & x_4 &= 5; & x_5 &= 1 \\x_6 &= 1; & x_7 &= 6; & x_8 &= 1; & x_9 &= 1; & x_{10} &= 2\end{aligned}$$

1. Berechnen Sie die Konzentrationsraten CR1, CR3, CR5 und CR8!
2. Berechnen Sie den Herfindahl-Index!
3. Um welchen Betrag ändert sich – unter sonst gleichen Bedingungen (d. h. nicht ändernden Umsätzen) – der Herfindahl-Index, wenn die beiden Unternehmen mit Umsatz ~~30 Mio. €~~ fusionieren, wobei sich deren Umsätze addieren?

4 Mio € + 5 Mio €

Aufgabe 2

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) der 10 Unternehmen eines kleinen Landes:

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 4; \quad x_3 = 5; \quad x_4 = 6; \quad x_5 = 8; \\ x_6 = 4; \quad x_7 = 5; \quad x_8 = 3; \quad x_9 = 5; \quad x_{10} = 5$$

1. Berechnen und interpretieren Sie die Konzentrationsraten CR1, CR3, CR5 und CR8!
2. Berechnen Sie den Herfindahl-Index!
3. Die Unternehmen, die einen Umsatz mit 6 Mio.€ und 8 Mio.€ aufweisen, fusionieren nach der Fusion gibt es also folgende Marktaufteilung:

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 4; \quad x_3 = 5; \quad x_4 = 14; \\ x_5 = 4; \quad x_6 = 5; \quad x_7 = 3; \quad x_8 = 5; \quad x_9 = 5$$

Berechnen Sie den Herfindahl-Index erneut! Vergleichen Sie diese mit der Situation unter 2.! Um welchen Wert hat sich der Herfindahl-Index geändert

Aufgabe 3

Sie wollen auf dem Markt, auf dem ein Unternehmen tätig ist, eine Konkurrenzanalyse vornehmen, das Unternehmen hat vier Konkurrenten, die Umsätze des letzten Jahres sind Ihnen sortiert in nachstehender Auflistung gegeben, das betrachtete Unternehmen ist immer noch das umsatzstärkste Unternehmen (alle Angaben in Mio. €):

$$x_1 = 1; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 5; \quad x_4 = 8; \quad x_5 = 10$$

1. Berechnen Sie die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und zeichnen Sie die Lorenzkurve!
2. Welcher Anteil am Gesamtumsatz entfällt auf die 80% umsatzschwächsten Unternehmen? Bestimmen Sie diesen Anteil mit Hilfe der erstellten Tabelle!
3. Berechnen Sie den Gini-Koeffizient (*Gini* oder G) und den normierten Gini-Koeffizient ($Gini^*$ oder G^*)!

$$Gini = G = \frac{2 \sum_{i=1}^n i \cdot x_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i} - \frac{n+1}{n}$$

$$Gini^* = G^* = \frac{n}{n-1} \cdot Gini$$

Musteraufgaben Konzentration

Aufgabe 1 (Konzentrationsrechnung) – analog Skript Aufgabe 5, S. 39 Teil 1

frei ca 20 Pkt

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) von den 10 Unternehmen einer Branche:

$$x_1 = 4; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = 2; \quad x_4 = 5; \quad x_5 = 1 \\ x_6 = 1; \quad x_7 = 6; \quad x_8 = 1; \quad x_9 = 1; \quad x_{10} = 2$$

1. Berechnen Sie die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und zeichnen Sie die Lorenzkurve!
2. Welcher Anteil am Gesamtumsatz entfällt auf die 80% umsatzschwächsten Unternehmen?
3. Berechnen Sie den Gini-Koeffizient (*Gini* oder *G*) und den normierten Gini-Koeffizient (*Gini** oder *G**)!

$$Gini = G = \frac{2 \sum_{i=1}^n i \cdot x_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i} - \frac{n+1}{n}$$

$$Gini^* = G^* = \frac{n}{n-1} \cdot Gini$$

als Einstieg 2) Wie können wir vorgehen.

1) Aufstellen einer Tabelle, in der die Lorenzsche Kurve nach x_i sortiert werden.

2) Bestimmung der relativen Häufigkeiten $f(O_i)$ und Kumulation

deser zu dem relative kumulier-
te Häuf. Zeilen, hier mit h_j
bezeichnen (Analog zu $F(x)$)

3) Berechnung des Gesamtumsatzes V

$$V = \sum a_{ij} h(a_{ij})$$

↳ Marktumsatzsumme

↳ Marktcolumnen

↳ absolute Marktanteile

da Ausprägung a_{ij}

4) Berechnung der relativen
Normalabschlässe $\frac{a_j \cdot h(a_j)}{V}$

und Kumulation dieser
zu den relativen

kumulierten Normalabs-
schlässe V_{er}

neue Seite

$h(a_j)$
 n

$a_j \cdot h(a_j)$

a_j	$h(a_j)$	$P(a_j)$	u_{a_j}	$a_j \cdot h(a_j)$	V	V_{Σ}
1	4	0,4	0,4	4	0,16	0,16
2	3	0,3	0,7	6	0,24	0,4
4	1	0,1	0,8	4	0,16	0,56
5	1	0,1	0,9	5	0,20	0,76
6	1	0,1	1,0	6	0,24	1,0
	<u>10</u>	<u>1,0</u>		<u>25</u>	<u>1,0</u>	

Vor- Ebene der
 zelle, dem abhängige
 Unternehmen

$V = 25$
 Ebene der
 maximalen
 Umsatz

fortschrittliche K - Verteilung c. w. S.

2) Auf die 80% Umsatzes stützenden
 Unternehmen entfällt 56%
 des gesamten Umsatzes.

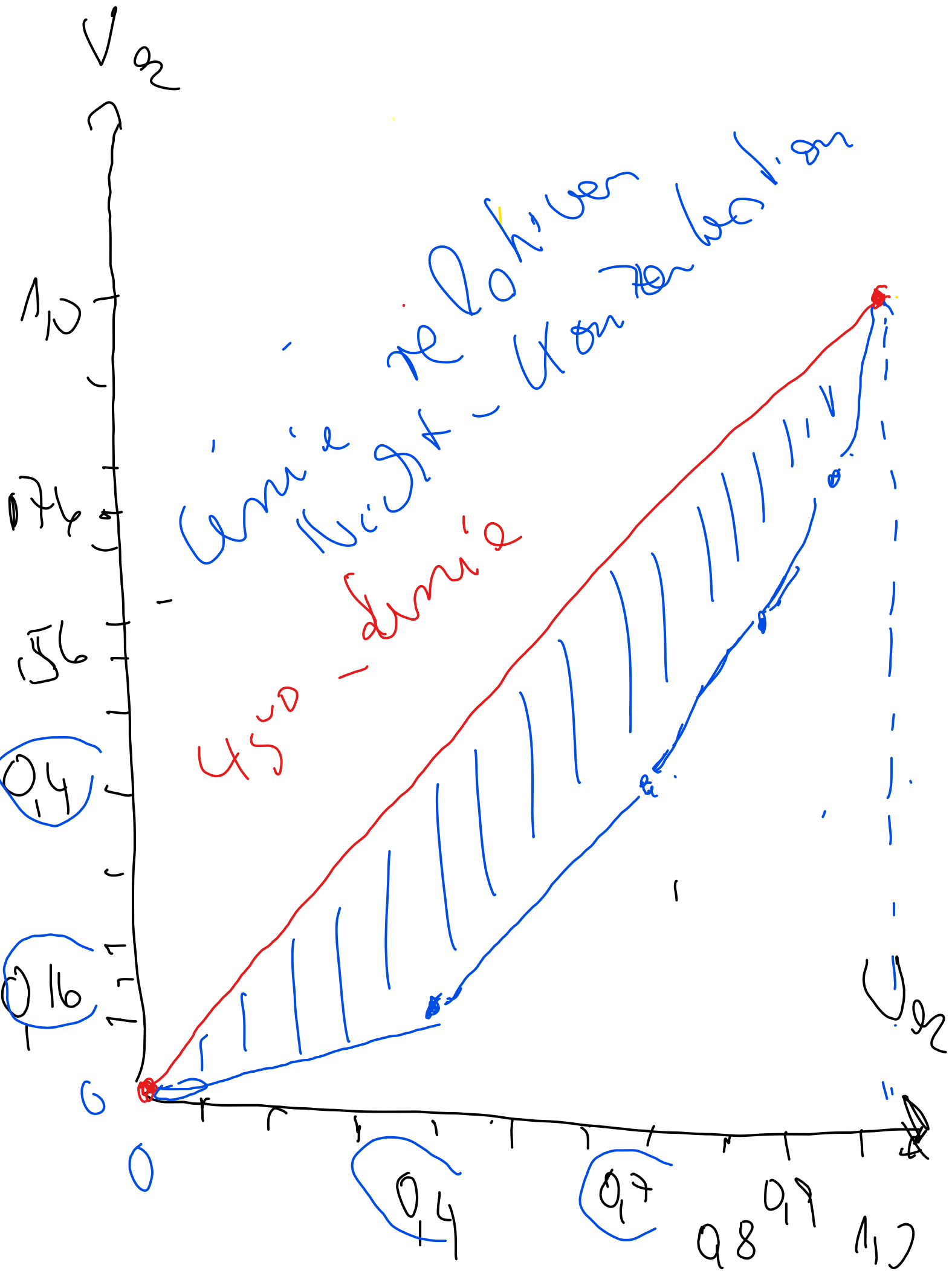
Lorenzkurve

Lorenzkurve \rightarrow die K - Verteilung i. e. S.

$U_{\%}$	$V_{\%}$
0	0
0,4	0,16
0,7	0,4
0,8	0,56
0,9	0,76
1,0	1,0

immer ab
Anfang der
Lorenzkurve

immer das
Ende der
Lorenzkurve



- Lorenzkurve für das
Ausgangsbispiel.

geom.-Koeffizient G

einfach parabolisch

$$G = \frac{\text{Fläche zwischen Lorenzkurve und } 45^\circ\text{-Linie}}{\text{Fläche zwischen } 45^\circ\text{-Achse und } 45^\circ\text{-Linie}}$$

$$0 \leq G \leq 1$$

$G = 0$ keine relative
Konzentration

$0 < G < 0,25$ schwach \downarrow

$0,25 \leq G \leq 0,4$ mäßig \downarrow .

$G > 0,4$ stark relative
Konzentration



Erwartete G und G^* für unsere Bsp.

i	x_i mal	$i \cdot x_i$
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	1	4
5	2	10
6	2	12
7	2	14
8	4	32
9	5	45
10	6	60
	<hr/>	<hr/>
	25	183

$$G = \frac{2 \cdot \sum i \cdot x_i}{n \cdot \sum x_i} - \frac{n+1}{n}$$

$$G = \frac{2 \cdot 183}{10 \cdot 25} - \frac{10+1}{10} = 0,364$$

$$G^{\#} = \frac{3}{3-1} \cdot G$$

$$G^{\#} = \frac{10}{10-1} \cdot 0,364 = \underline{\underline{0,404}}$$

starke relative

Konzentration

Teil 2

Gegeben seien die Jahresumsätze (in Mio. €) von den 10 Unternehmen einer Branche:

$$x_1 = 4; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = 2; \quad x_4 = 5; \quad x_5 = 1$$

$$x_6 = 1; \quad x_7 = 6; \quad x_8 = 1; \quad x_9 = 1; \quad x_{10} = 2$$

1. Berechnen Sie die Konzentrationsraten CR1, CR3, CR5 und CR8!
2. Berechnen Sie den Herfindahl-Index!
3. Um welchen Betrag ändert sich – unter sonst gleichen Bedingungen (d. h. nicht ändernden Umsätzen) – der Herfindahl-Index, wenn die beiden Unternehmen mit Umsatz 30 Mio. € fusionieren, wobei sich deren Umsätze addieren?

