Skript – Finanzwirtschaft Teil 8

VWA Potsdam

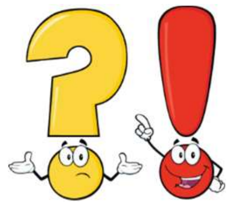
Dipl.-Kfm. Thomas Rochow

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Dass die Berücksichtigung von Erwartungswerten als Entscheidungsgrundlage nicht in allen Fällen dem Entscheidungsverhalten von Personen in der Realität entspricht, zeigt das Sankt-Petersburg-Paradoxon.

Bernoulli

Bei der Sankt-Petersburg-Lotterie wird eine faire Münze geworfen, das heißt, Wappen und Zahl erscheinen jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 %.



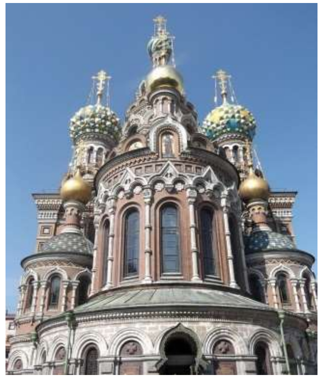
Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

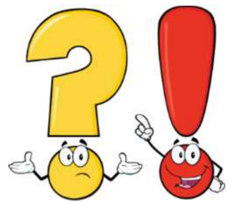
Wappen

Die Münze wird solange geworfen, bis zum erstmalig ~~Kopf~~ erscheint. Der Spieler erhält als zufällige Auszahlung X den Betrag

- 1 Euro, wenn Wappen bereits beim 1. Wurf erscheint;
- 2 Euro, wenn Wappen erst beim 2. Wurf zum ersten Mal erscheint;
- 4 Euro, wenn Wappen erst beim 3. Wurf zum ersten Mal erscheint;
- usw.

- 2^{k-1} Euro, wenn Wappen erst beim k-ten Wurf zum ersten Mal erscheint



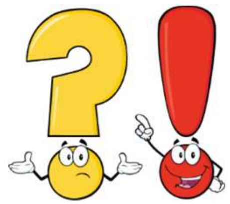


Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Der Erwartungswert der Zufallsvariablen X ist ∞ :

$$E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} p(X = k) * 2^{k-1} = \ldots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} * 2^{k-1} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} = \infty$$

Gemäß der Bayes-Regel müsste jeder Entscheidungsträger bereit, jeden noch so hohen Betrag für die Teilnahme an der Lotterie zu bezahlen, für die Teilnahme an der Lotterie zu bezahlen. Realiter dürfte man aber kaum auf eine derartige Person, einen derartigen Entscheidungsträger treffen.

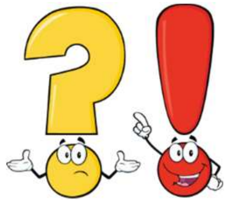


Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Notizen 1

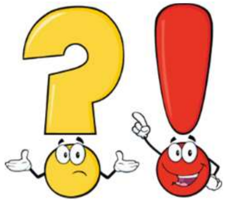
für eventuelle

Beweis



Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Notizen 2



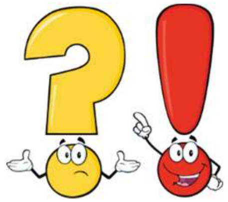
Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Bernoulli-Regel

Bernoulli kritisierte das sture Orientieren am Erwartungswert und transformierte die Ergebniswerte in einem ersten Schritt zunächst in Nutzenwerte.

Nutzenfunktion

zu Transformation



Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Nutzen U

Bernoulli-Regel

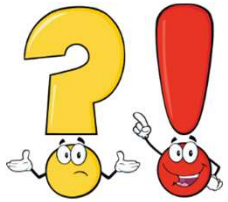
$U(e_{ij})$

Nutzenwert funktion

In einem ersten Schritt werden die Ergebnisse e_{ij} mittels einer Risikonutzenfunktion $f(e_{ij})$, die die Risikoeinstellung des Entscheidungsträgers enthält, in Nutzwerte umgewandelt.

- risikofreudig: streng konvexe Funktion
  z. B. Quadratfunktion im 1. Quadranten),
- risikoneutral: lineare Funktion
- risikoscheu streng konkave Funktion
  (z. B. Wurzelfunktion im 1. Quadranten).

siehe Notizen



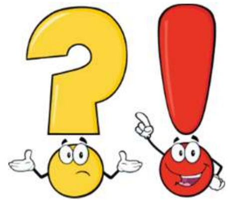
risikoaversion = risikoscheu

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Bernoulli-Regel

In einem ersten Schritt werden die Ergebnisse e_{ij} mittels einer Risikonutzenfunktion $u\left(e_{ij}\right)$, die die Risikoeinstellung des Entscheidungsträgers enthält, in Nutzwerte umgewandelt.

Es ist allerdings auch möglich, dass die Nutzenfunktion sowohl konkave als auch konvexe Bereiche aufweist. Dies bildet gut eine empirisch beobachtbare Tatsache ab. Zum Beispiel spielen Menschen Lotto (Risikofreude) und schließen ebenso Versicherungen ab (Risikoscheu).



Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Bernoulli-Regel

mathematische Formulierung:

$$A_{opt} = \max_j \left(E\left(u\left(e_{ij}\right)\right)\right) = \max_j \left(\sum_i \left(p_i * u\left(e_{ij}\right)\right)\right)$$

i = 1, 2, ..., m: Ereignisse

j = 1, 2, ..., m: Aktionen

e_{ij} : Elemente der Auszahlungsmatrix

Ergebniswerte transformieren

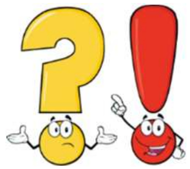
Erwartungswert auf transform. Werte

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Bernoulli-Regel
Beispiel 1

100 € sollen für ein Jahr angelegt werden. Zur Wahl stehen: eine Aktie (Aktion 1) oder der Sparstrumpf, der keine Zinsen abwirft (Aktion 2). Die möglichen Umweltzustände sind: Der Aktienkurs steigt (Situation 1), er sinkt (Situation 2) oder er bleibt gleich (Situation 3).

Der Entscheidungsträger rechnet mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % damit, dass der Aktienkurs steigt, mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % rechnet er mit einem Sinken des Aktienkurses und mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% glaubt er daran, dass der Kurs unverändert bleibt.



a) Der Entscheidungsträger verwendet die Nutzenfunktion

$$u\left(e_{ij}\right)=\sqrt{e_{ij}}$$

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Bernoulli-Regel

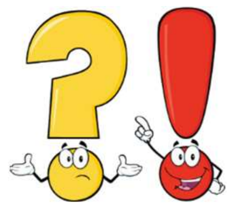
Welche Entscheidung sollte der Entscheidungsträger treffen? Entscheide mit Hilfe der Bernoulli-Regel!

1. Entscheidungsmatrix aufstellen (wird hier vorgegeben)

2\. **1. Nutzwertmatrix berechnen**

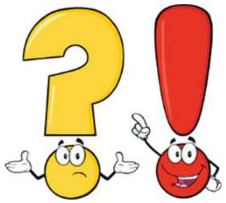
3\. **2. Erwartungswerte berechnen**

4\. **3. Entscheidung treffen**



Entscheidungsmatrix

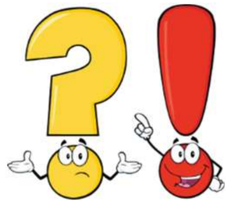
Aktion j Ereignis i	Wahr-scheinlichkeit	Aktie Variante 1	Sparstrumpf Variante 2
Kurs seigt	**0,3**	**120** $\sqrt{120}$ 10,95	**100** $\sqrt{100}$ 10
Kurs sinkt	**0,5**	**80** $\sqrt{80}$ 8,94	**100** $\sqrt{100}$ 10
Kurs bleibt	**0,2**	**100** $\sqrt{100}$ 10	**100** $\sqrt{100}$ 10
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			



Nutzwertmatrix

$$u\left(e_{ij}\right) = \sqrt{e_{ij}}$$

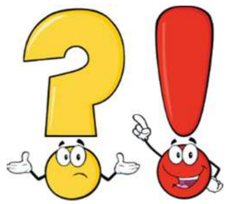
Aktion j Ereignis i	Wahrscheinlichkeit	Aktie Variante 1	Sparstrumpf Variante 2
Kurs seigt	0,3	120 10,95	100 10
Kurs sinkt	0,5	80 8,95	100 10
Kurs bleibt	0,2	100 10	100 10
Beurteilung bzgl. E-Regel		9,76	10
Entscheidung			



Notizen 1

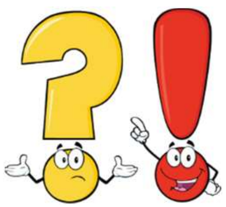
NR $U(\text{Nähe}) = 10{,}95 \cdot 0{,}3 + 8{,}95 \cdot 0{,}5 + 10 \cdot 0{,}2 = \underline{\underline{9{,}76}}$

$U(\text{Sparstrumpf}) = 10 \cdot 0{,}3 + 10 \cdot 0{,}5 + 10 \cdot 0{,}2 = \underline{10}$



19:55 Uhr geht es weiter

Notizen 2



Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

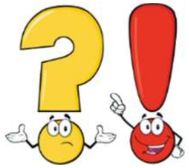
Bernoulli-Regel
Beispiel 1

100 € sollen für ein Jahr angelegt werden. Zur Wahl stehen: eine Aktie (Aktion 1) oder der Sparstrumpf, der keine Zinsen abwirft (Aktion 2). Die möglichen Umweltzustände sind: Der Aktienkurs steigt (Situation 1), er sinkt (Situation 2) oder er bleibt gleich (Situation 3).

Der Entscheidungsträger rechnet mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % damit, dass der Aktienkurs steigt, mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % rechnet er mit einem Sinken des Aktienkurses und mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% glaubt er daran, dass der Kurs unverändert bleibt.

a) Der Entscheidungsträger verwendet die Nutzenfunktion

$$u\left(e_{ij}\right)=\left(e_{ij}\right)^2$$

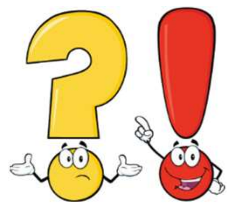


Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

Bernoulli-Regel

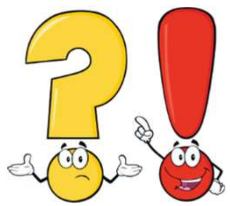
Welche Entscheidung sollte der Entscheidungsträger treffen? Entscheide mit Hilfe der Bernoulli-Regel!

1. Entscheidungsmatrix aufstellen (wird hier vorgegeben)
2. **1. Nutzwertmatrix berechnen**
3. **2. Erwartungswerte berechnen**
4. **3. Entscheidung treffen**



Entscheidungsmatrix

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2
Kurs seigt	0,3	120	100
Kurs sinkt	0,5	80	100
Kurs bleibt	0,2	100	100
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

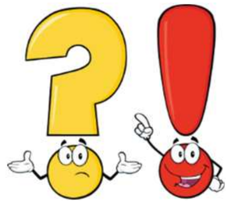


Nutzwertmatrix

$$u\left(e_{ij}\right)=\left(e_{ij}\right)^2$$

Aktion j Ereignis i	Wahr-scheinlichkeit	Aktie Variante 1	Sparstrumpf Variante 2
Kurs seigt	0,3	120 14400	100 10000
Kurs sinkt	0,5	80 6400	100 10000
Kurs bleibt	0,2	100 10000	100 10000
Beurteilung bzgl. E-Regel		9520	10000
Entscheidung			###

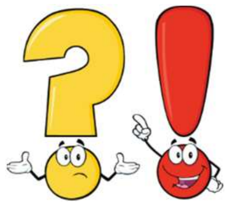
Sparstrumpf



Notizen 1

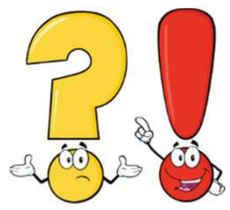
$$u(\text{Aktie}) = 14400 \cdot 0{,}3 + 6400 \cdot 0{,}5 + 10000 \cdot 0{,}2 = 9520$$

$$u(\text{Sparstrumpf}) = 10000 \cdot 0{,}3 + 10000 \cdot 0{,}5 + 10000 \cdot 0{,}2 = 10000$$



Notizen 2

eine gute Woche



Bernoulli-Regel und nochmals Bayes-Regel
Beispiel 2

Gegeben sei folgende Ergebnismatrix:

	S_1 1/3 $w(S_1) = 0{,}33$	S_2 1/3 $w(S_2) = 0{,}33$	S_3 1/3 $w(S_3) = 0{,}33$
A_1	120	120	120
A_2	100	140	140
A_3	80	200	90

a. Welche Alternative wählen Sie, wenn Sie ihren Erwartungswert maximieren möchten? Bayes-Regel

b. Für welche Alternative entscheiden Sie sich nach dem Bernoulli-Prinzip (Nutzenfunktion: $U(x) = \sqrt{x}$)?

c. Handelt es sich bei der Nutzenfunktion $U(x) = \sqrt{x}$ um einen risiko-freudigen, risiko-neutralen oder risiko-aversen Entscheider?

oben

Notizen 1

	S_1 $1/2$ $w(S_1) = \cancel{0{,}33}$	S_2 $1/3$ $w(S_2) = \cancel{0{,}33}$	S_3 $1/6$ $w(S_3) = \cancel{0{,}33}$
A_1	120	120	120
A_2	100	140	140
A_3	80	200	90

Entscheidung für A3

a. Welche Alternative wählen Sie, wenn Sie ihren Erwartungswert maximieren möchten?

$$E(A_1) = 120 \cdot 1/2 + 120 \cdot 1/3 + 120 \cdot 1/6 = 120$$

$$E(A_2) = 100 \cdot 1/2 + 140 \cdot 1/3 + 140 \cdot 1/6 = 120$$

$$E(A_3) = 80 \cdot 1/2 + 200 \cdot 1/3 + 90 \cdot 1/6 = 121{,}67$$

Notizen 2a

$1/2$ $1/3$ $1/4$

	S_1 $w(S_1) = 0{,}33$	S_2 $w(S_2) = 0{,}33$	S_3 $w(S_3) = 0{,}33$
A_1	120	120	120
A_2	100	140	140
A_3	80	200	90

b) Für welche Alternative entscheiden Sie sich nach dem Bernoulli-Prinzip (Nutzenfunktion: $U(x) = \sqrt{x}$)?

A1	10,95	10,95	10,95
A2	10	11,83	11,83
A3	8,94	14,14	9,49

Notizen 2b

$1/2$ $1/3$ $1/6$

	S_1 $w(S_1) = 0{,}33$	S_2 $w(S_2) = 0{,}33$	S_3 $w(S_3) = 0{,}33$
A_1	120	120	120
A_2	100	140	140
A_3	80	200	90

Entscheiden für A1 höchster Wert

b) Für welche Alternative entscheiden Sie sich nach dem Bernoulli-Prinzip (Nutzenfunktion: $U(x) = \sqrt{x}$)?

$U(A1) = 10{,}95$ (da immer gleicher Wert)

$U(A2) = 10 \cdot 1/2 + 11{,}83 \cdot 1/3 + 11{,}83 \cdot 1/6 = 10{,}92$

$U(A3) = 8{,}94 \cdot 1/2 + 14{,}14 \cdot 1/3 + 9{,}48 \cdot 1/6 = 10{,}765$

Notizen 3

c. Handelt es sich bei der Nutzenfunktion $U(x)=\sqrt{x}$ um einen risiko-freudigen, risiko-neutralen oder risiko-aversen Entscheider?

untersuchen ob die Funktion konkav verläuft

Bernoulli-Regel und nochmals Bayes-Regel
Beispiel 3

HA

Ein Entscheider verfügt über einen Geldbetrag in Höhe von 100 Euro und kann an einem Glücksspiel teilnehmen, bei dem er entweder 200 Euro gewinnt (die Wahrscheinlichkeit hierfür betrage 20%), 10 Euro gewinnt (Wahrscheinlichkeit 40%) oder 60 Euro verliert (Wahrscheinlichkeit 40%).

a. Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns. Ist das Glücksspiel unter Berücksichtigung des Erwartungswertes vorteilhaft?

b. Berechnen Sie den Nutzenwert des Glücksspiels unter Berücksichtigung der folgenden Nutzenfunktion: $U(x) = \ln(x)$. Ist das Glücksspiel unter Berücksichtigung des Nutzwertes vorteilhaft?

Bernoulli-Regel und nochmals Bayes-Regel
Beispiel 3

Ein Entscheider verfügt über einen Geldbetrag in Höhe von 100 Euro und kann an einem Glücksspiel teilnehmen, bei dem er entweder 200 Euro gewinnt (die Wahrscheinlichkeit hierfür betrage 20%), 10 Euro gewinnt (Wahrscheinlichkeit 40%) oder 60 Euro verliert (Wahrscheinlichkeit 40%).

a. Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns. Ist das Glücksspiel unter Berücksichtigung des Erwartungswertes vorteilhaft?

Bernoulli-Regel und nochmals Bayes-Regel
Beispiel 3

Ein Entscheider verfügt über einen Geldbetrag in Höhe von 100 Euro und kann an einem Glücksspiel teilnehmen, bei dem er entweder 200 Euro gewinnt (die Wahrscheinlichkeit hierfür betrage 20%), 10 Euro gewinnt (Wahrscheinlichkeit 40%) oder 60 Euro verliert (Wahrscheinlichkeit 40%).

Notizen 1

a. Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns. Ist das Glücksspiel unter Berücksichtigung des Erwartungswertes vorteilhaft?

Bernoulli-Regel und nochmals Bayes-Regel
Beispiel 3

Ein Entscheider verfügt über einen Geldbetrag in Höhe von 100 Euro und kann an einem Glücksspiel teilnehmen, bei dem er entweder 200 Euro gewinnt (die Wahrscheinlichkeit hierfür betrage 20%), 10 Euro gewinnt (Wahrscheinlichkeit 40%) oder 60 Euro verliert (Wahrscheinlichkeit 40%).

b. Berechnen Sie den Nutzenwert des Glücksspiels unter Berücksichtigung der folgenden Nutzenfunktion: $U(x) = \ln(x)$. Ist das Glücksspiel unter Berücksichtigung des Nutzwertes vorteilhaft?

Bernoulli-Regel und nochmals Bayes-Regel
Beispiel 3

Ein Entscheider verfügt über einen Geldbetrag in Höhe von 100 Euro und kann an einem Glücksspiel teilnehmen, bei dem er entweder 200 Euro gewinnt (die Wahrscheinlichkeit hierfür betrage 20%), 10 Euro gewinnt (Wahrscheinlichkeit 40%) oder 60 Euro verliert (Wahrscheinlichkeit 40%).

Notizen 1

b. Berechnen Sie den Nutzenwert des Glücksspiels unter Berücksichtigung der folgenden Nutzenfunktion: $U(x) = \ln(x)$. Ist das Glücksspiel unter Berücksichtigung des Nutzwertes vorteilhaft?

Bernoulli-Regel und nochmals Bayes-Regel
Beispiel 3

Ein Entscheider verfügt über einen Geldbetrag in Höhe von 100 Euro und kann an einem Glücksspiel teilnehmen, bei dem er entweder 200 Euro gewinnt (die Wahrscheinlichkeit hierfür betrage 20%), 10 Euro gewinnt (Wahrscheinlichkeit 40%) oder 60 Euro verliert (Wahrscheinlichkeit 40%).

Notizen 2

b. Berechnen Sie den Nutzenwert des Glücksspiels unter Berücksichtigung der folgenden Nutzenfunktion: $U(x) = \ln(x)$. Ist das Glücksspiel unter Berücksichtigung des Nutzwertes vorteilhaft?

Bernoulli-Regel und nochmals Bayes-Regel
Beispiel 3

Ein Entscheider verfügt über einen Geldbetrag in Höhe von 100 Euro und kann an einem Glücksspiel teilnehmen, bei dem er entweder 200 Euro gewinnt (die Wahrscheinlichkeit hierfür betrage 20%), 10 Euro gewinnt (Wahrscheinlichkeit 40%) oder 60 Euro verliert (Wahrscheinlichkeit 40%).

Notizen 2

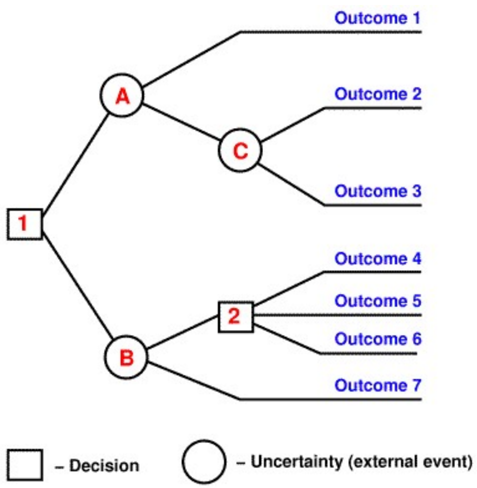
b. Berechnen Sie den Nutzenwert des Glücksspiels unter Berücksichtigung der folgenden Nutzenfunktion: $U(x) = \ln(x)$. Ist das Glücksspiel unter Berücksichtigung des Nutzwertes vorteilhaft?

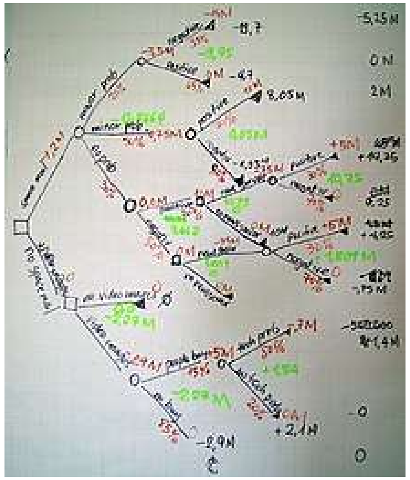
Bernoulli-Regel

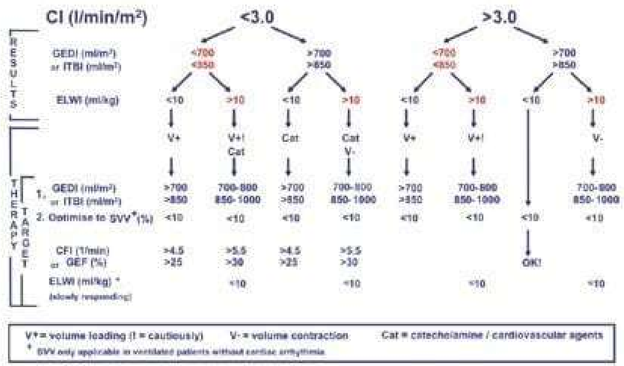
- Aufgrund seiner axiomatischen Fundierung ist das Bernoulli-Prinzip das wichtigste normative Entscheidungskriterium. Die Annahme, dass sich ein Entscheider am Erwartungswert des Nuzens orientiert, liegt dementsprechend häufig betriebs- oder volkswirtschaftlichen Theorien zugrunde, die individuelles Entscheidungsverhalten abbilden

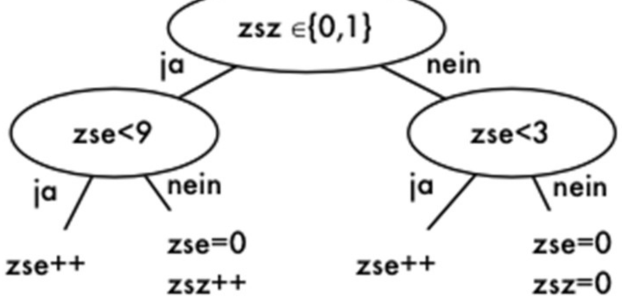
- Als deskriptives Entscheidungskriterium sind dem Bernoulli-Prinzip hingegen Grenzen gesetzt, da davon auszugehen ist, dass Entscheider in der Realität gegen die dem Prinzip zugrundeliegenden Axiome verstoßen.

Entscheidungsbäume







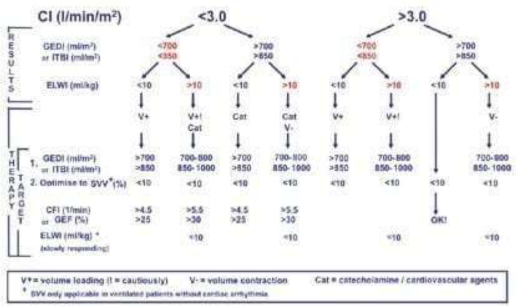


Entscheidungsbäume

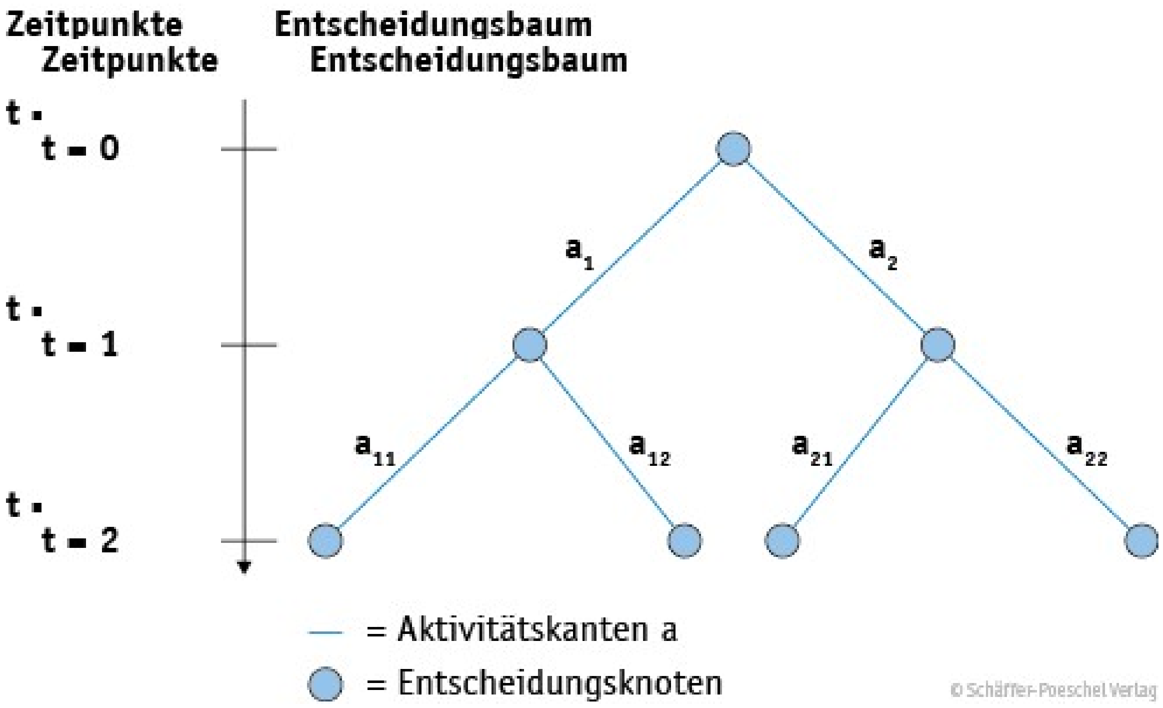
- **Entscheidungsbäume** sind geordnete, gerichtete Bäume, die der Darstellung von Entscheidungsregeln dienen. Die grafische Darstellung als Baumdiagramm veranschaulicht hierarchisch aufeinanderfolgende Entscheidungen. Sie haben eine Bedeutung in zahlreichen Bereichen, in denen automatisch klassifiziert wird oder aus Erfahrungswissen formale Regeln hergeleitet oder dargestellt werden.

- Ein großer Vorteil von Entscheidungsbäumen ist, dass sie gut erklärbar und nachvollziehbar sind. Dies erlaubt dem Benutzer, das Ergebnis auszuwerten und Schlüsselattribute zu erkennen. Das ist vor allem nützlich, wenn grundlegende Eigenschaften der Daten von vornherein nicht bekannt sind.

- Neben Entscheidungsbäumen gibt es noch Entscheidungstabellen.



Entscheidungsbäume



Ein **Baum** ist entweder

- leer oder
- besteht aus einem **Knoten (Wurzel)** und einer Liste von **Söhnen (den Bäumen)**
- Die Verbindungen von einem Knoten zu den Söhnen heißen **Kanten**.
- Einen Knoten ohne Söhne nennt man **Blatt**.
- Ein **innerer Knoten** ist ein Knoten, der kein Blatt ist.
- Teilweise verwendet man auch die Bezeichnungen **(direkter) Vorgänger** für Vaterknoten und **(direkter) Nachfolger** für Söhne.

Super Thema

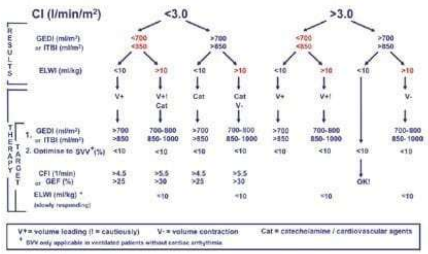
Quelle: Vahs, D. (2012): Einführung in die Betriebswirtschaftslehre, S. 89

Entscheidungsbäume

Wofür wird ein Entscheidungsbaum eingesetzt?

- Sie lassen sich leicht auf einem Blatt Papier zeichnen.
- Sie bieten eine Struktur, in deren Rahmen Alternativen und deren Auswirkungen bewerten werden können.
- Sie helfen dabei, ein Gesamtbild über Risiken und Chancen zu erlangen – abhängig von der gewählten Alternative.
- Bei unklaren Möglichkeiten werden Eintrittswahrscheinlichkeiten berücksichtigt.
- Jede Alternative kann mit Erträgen und Kosten bewertet und so die beste Alternative ausgewählt werden.

[Entscheidungsbaum: Aufbau, Ablauf und ein Beispiel (projekte-leicht-gemacht.de)]

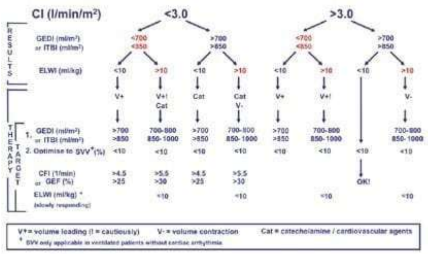


Entscheidungsbäume

Aufbau eines Entscheidungsbaumes

- Der Baum ist immer von links nach rechts aufgebaut.
- Die Alternativen zweigen den Baum nach rechts auf.
- Rechtecke stehen für Entscheidungen.
- Kreise stehen für Möglichkeiten/Unsicherheiten.
- Dreiecke stehen für das Ende des Zweigs.

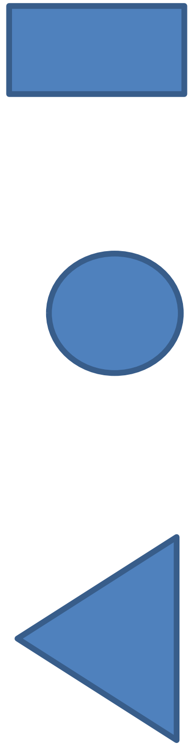
[Entscheidungsbaum: Aufbau, Ablauf und ein Beispiel (projekte-leicht-gemacht.de)]

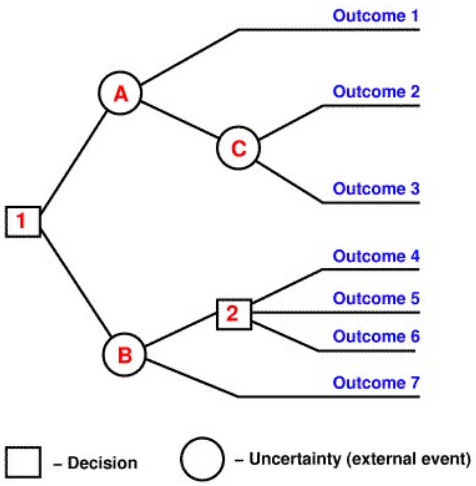


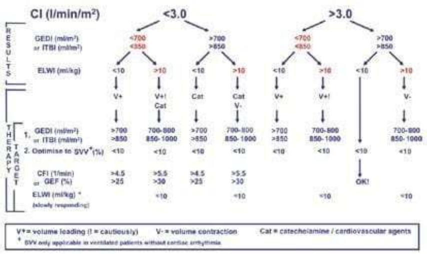
Entscheidungsbäume

Ablauf:

1. **Entscheidungsbaum zeichnen**
2. **Entscheidungsbaum bewerten**
3. **Alternativen berechnen**
   - **Berechnung von Möglichkeiten**
   - **Ermittlung von Entscheidungen**



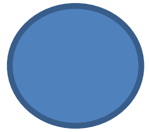


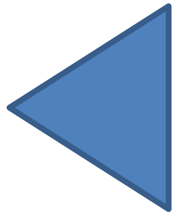


Entscheidungsbäume

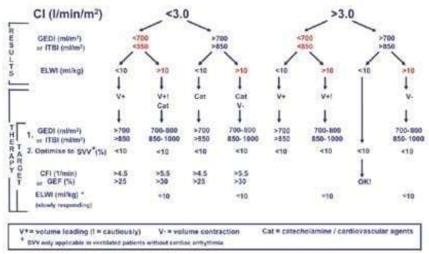
Entscheidungsbaum zeichnen

1. Man beginnst mit einem Rechteck links: Dies ist der Ausgangspunkt – die nötige Entscheidung.
2. Ausgehend von diesem Rechteck zeichnet man Linien nach rechts – eine für jede mögliche Alternative und notiert die Alternative an der Linie.
3. Am Ende einer Linie überlegt man wie folgt:
   - Ist das Ergebnis dieser Alternative unsicher? Dann zeichnet man einen Kreis.
   - Steht am Ende der Alternative eine weitere Alternative, zeichnet man ein weiteres Rechteck.
   - Ist der Zweig beendet, zeichnet man ein Drei-eck.



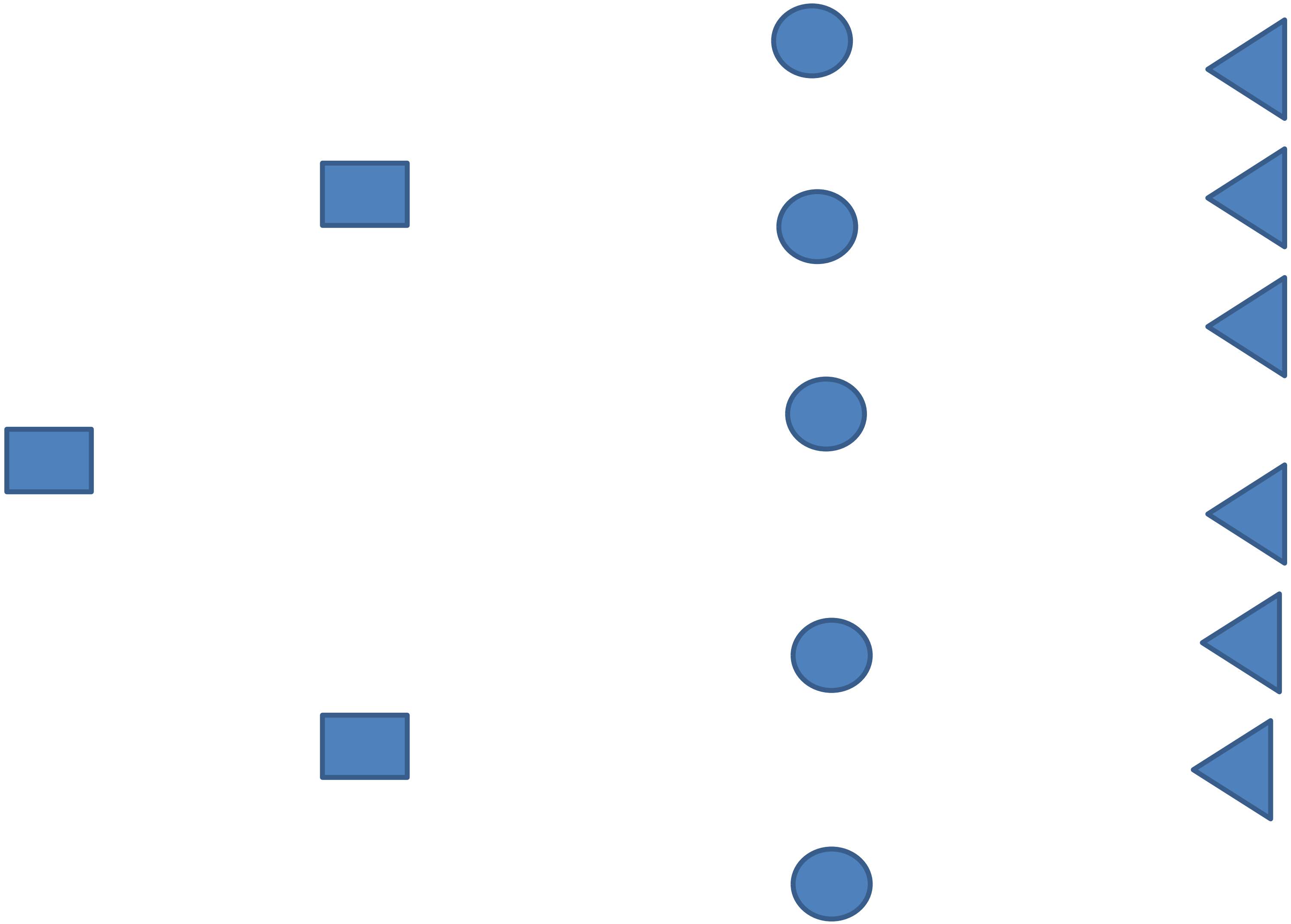


[Entscheidungsbaum: Aufbau, Ablauf und ein Beispiel (projekte-leicht-gemacht.de)]



Beispiel

In einem Unternehmen soll über die weitere Produktstrategie entschieden werden. Folgende Alternativen und Chancen wurden ermittelt:



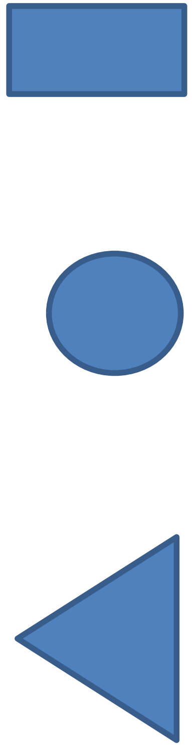
usw.

Entscheidungsbäume

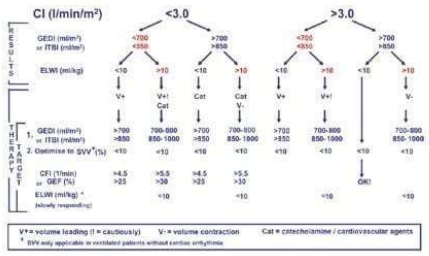
Entscheidungsbaum bewerten

Sobald alle Optionen hinterlegt wurden, wird es konkret: Was bedeuten die jeweiligen Optionen in Zahlen, monetär? Man Notiert hinter jedem Endpunkt den möglichen Nutzen in Euro. Das können z. B. Kennzahlen wie Umsätze sein.

Die Kreise bedeuten Chancen (Risiken) oder Wahrscheinlichkeiten. Man notiert dort Wahrscheinlichkeiten, die in der Summe 100 % ergeben.

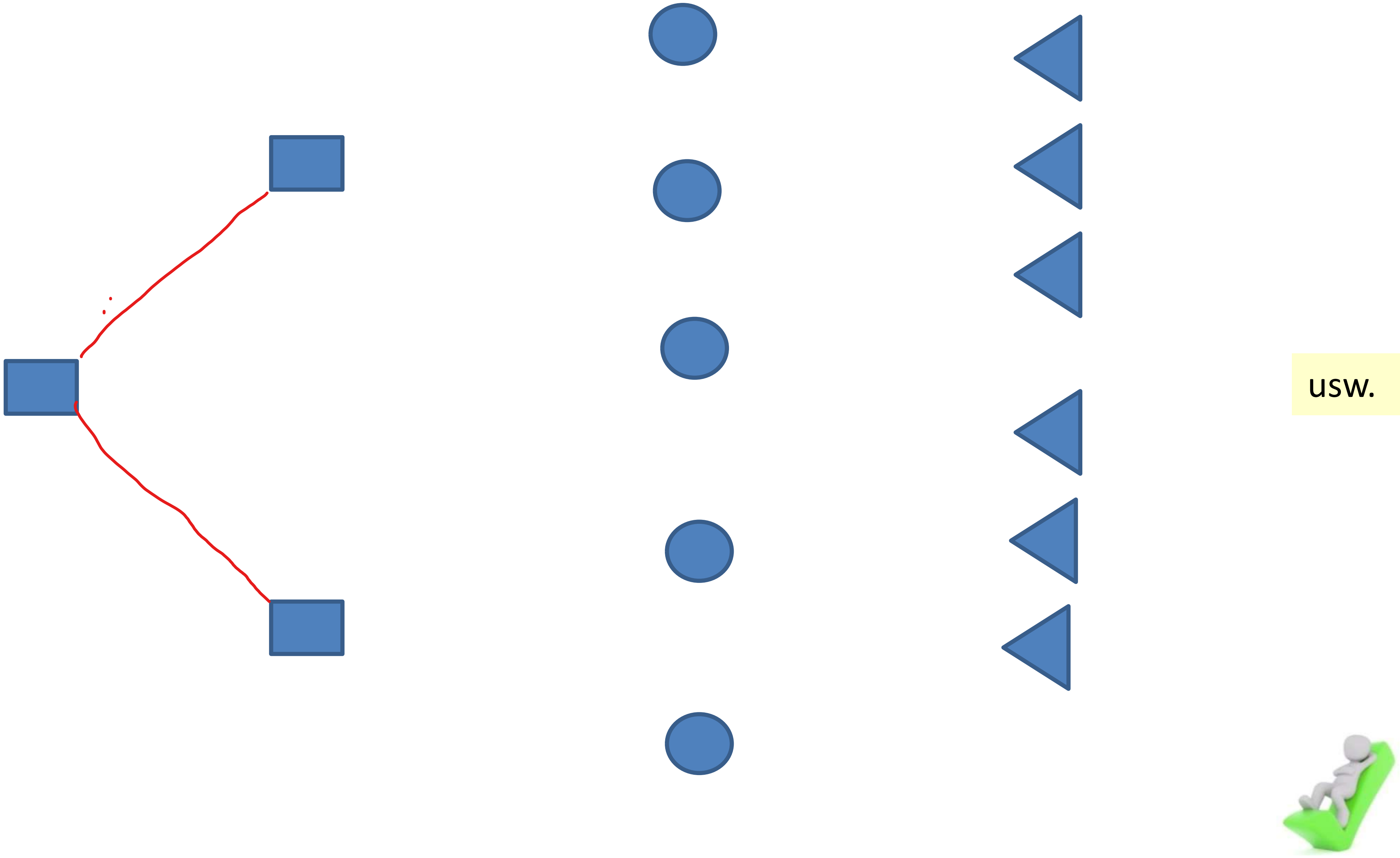


[Entscheidungsbaum: Aufbau, Ablauf und ein Beispiel (projekte-leicht-gemacht.de)](projekte-leicht-gemacht.de)



Beispiel

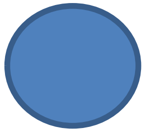
In einem Unternehmen soll über die weitere Produktstrategie entschieden werden. Folgende Alternativen und Chancen wurden ermittelt:



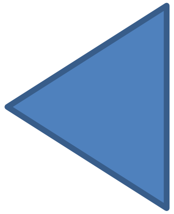
Entscheidungsbäume

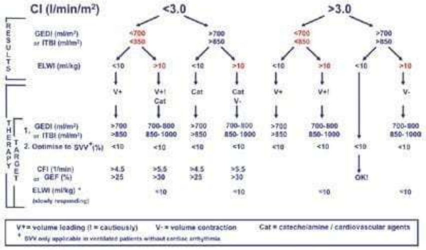
Alternativen berechnen
Die Bewertung ist abgeschlossen – nun wird gerechnet. Man beginnt rechts und arbeitet sich bis nach links durch.

Berechnung von Möglichkeiten
Berechne zum Beispiel die Erwartungswerte.



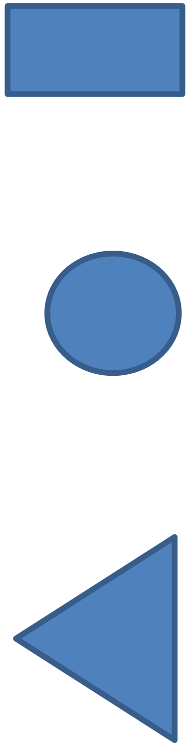
[Entscheidungsbaum: Aufbau, Ablauf und ein Beispiel (projekte-leicht-gemacht.de)]

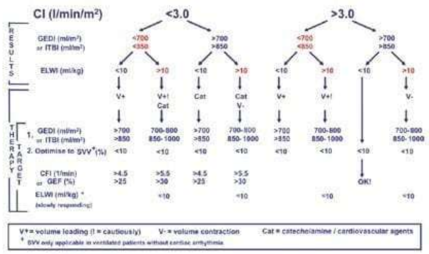




Entscheidungsbäume

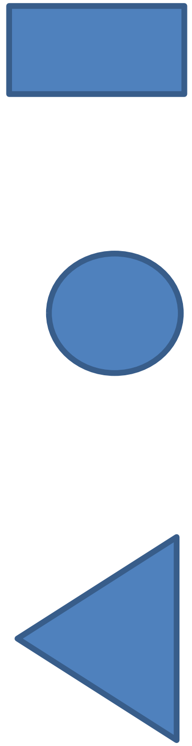
Notizen



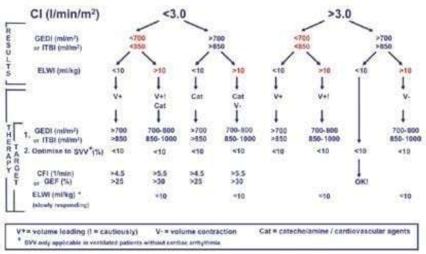


Entscheidungsbäume

Ermittlung von Entscheidungen
Jede Entscheidung oder Alternative verursacht Kosten. Diese notiert man an der jeweiligen Linie. Der Wert jeder Alternative ergibt sich aus dem Umsatz abzüglich der Kosten:

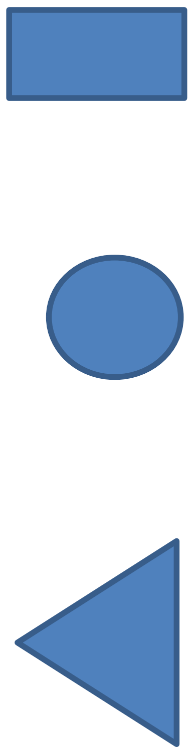


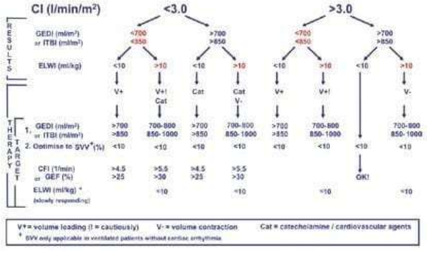
[Entscheidungsbaum: Aufbau, Ablauf und ein Beispiel (projekte-leicht-gemacht.de)]



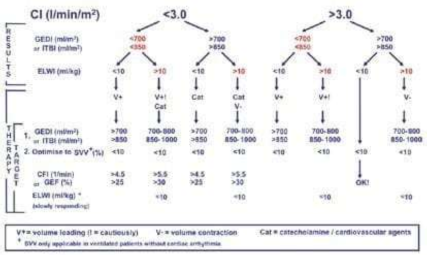
Entscheidungsbäume

Notizen





Entscheidungsbäume



- Die grafische Darstellung hilft, komplexe Entscheidungen anschaulich darzustellen.
- Es können auf einfache Weise Szenarien entwickelt und dargestellt werden.
- Es kann ein Ranking erstellt werden.

- Bei vielen Alternativen und Möglichkeiten kann der Baum schnell unübersichtlich werden.
- Nicht direkt monetär erfasste Entscheidungsfaktoren werden vernachlässigt.

[Entscheidungsbaum: Aufbau, Ablauf und ein Beispiel (projekte-leicht-gemacht.de)]

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

In der **μ-σ-Regel oder dem Erwartungswert-Varianz-Prinzip** findet die Risikoeinstellung des Entscheiders dadurch Berücksichtigung, dass auch die Standardabweichung berücksichtigt wird.

Bei **risikoscheuen** Entscheidern sinkt die Attraktivität einer Alternative a_i mit zunehmender Standardabweichung. Bei **risikofreudigen** Entscheidern steigt die Attraktivität hingegen, der risikofreudige Entscheider wittert eine Chance, ein risikoscheuer Entscheider sieht die Gefahr.

Der **risikoneutralen** Entscheidern wählt die Bayes-Regel.

Grundsätzlich gilt die **Standardabweichung** als Maß für das mit der Alternative verbundene **Risiko**; optimale Lösungen lassen sich aber nur durch Angabe einer Präferenzfunktion des Entscheidungsträgers bestimmen.

Erwartungswert

$$\mu\left(A_j\right)=\sum_j e_{ij} * p_j$$

$i: \; 1, 2, \ldots, m$ *Anzahl der Ereignisse*

$j: \; 1, 2, \ldots, n$ *Anzahl der Aktionen*

$e_{ij}:$ *Elemente der Auszahlungsmatrix*

Standardabweichung

$$\sigma\left(A_j\right)=\sqrt{\left(e_{ij}-\mu_j\right)^2 * p_j}$$

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(µ,σ)-Prinzip

mathematische Formulierung:

Erwartungswert

$$\mu\left(A_j\right) = \sum_j e_{ij} * p_j$$

$i: \; 1, 2, \ldots, m$ *Anzahl der Ereignisse*

$j: \; 1, 2, .., n$ *Anzahl der Aktionen*

$e_{i\,j}:$ *Elemente der Auszahlungsmatrix*

Standardabweichung

$$\sigma\left(A_j\right) = \sqrt{\left(e_{i\,j} - \mu_j\right)^2 * p_j}$$

Beispielrechnung

Berechne Erwartungswert und Standardabweichung:

10, 4, 8, 2, 6

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Standardabweichung

$$\sigma\left(A_j\right)=\sqrt{\left(e_{ij}-\mu_j\right)^2 * p_j}$$

Berechne Erwartungswert und Standardabweichung:

10, 4, 8, 2, 6

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Bsp. 1

Der Kapitalanleger DUBIUS hat die Wahl zwischen den Investitionsobjekten A, B, C und D. Jedes Objekt verursacht eine Anschaffungsauszahlung A_0 in Höhe von 100 Geldeinheiten. Die künftigen Kapitalrückflüsse k sind risikobehaftet. Die möglichen Umweltzustände U_1, U_2 und U_3 werden mit jeweils gleicher Eintrittswahrscheinlichkeit erwartet:

Umweltzustand U_i	**U_1**	**U_2**	**U_3**
Eintrittswahrscheinlichkeit w_i	33,33%	33,33%	33,33%
Kapitalrückflüsse k_i			
k_a	6	6	6
k_b	9	6	3
k_c	18	6	-6
k_d	36	6	-24

1. Berechne für alle Alternativen den Erwartungswert der Kapitalrückflüsse!
2. Für welche Alternative entscheidet sich ein risikofreudiger Entscheider?

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Bsp. 1
A

Umweltzustand U_i	**U_1**	**U_2**	**U_3**
Eintrittswahrscheinlichkeit w_i	33,33%	33,33%	33,33%
Kapitalrückflüsse k_i			
k_a	6	6	6
k_b	9	6	3
k_c	18	6	-6
k_d	36	6	-24

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Bsp. 1
B

Umweltzustand U_i	**U_1**	**U_2**	**U_3**
Eintrittswahrscheinlichkeit w_i	33,33%	33,33%	33,33%
Kapitalrückflüsse k_i			
k_a	6	6	6
k_b	9	6	3
k_c	18	6	-6
k_d	36	6	-24

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Bsp. 1
C

Umweltzustand U_i	**U_1**	**U_2**	**U_3**
Eintrittswahrscheinlichkeit w_i	33,33%	33,33%	33,33%
Kapitalrückflüsse k_i			
k_a	6	6	6
k_b	9	6	3
k_c	18	6	-6
k_d	36	6	-24

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Bsp. 1
D

Umweltzustand U_i	**U_1**	**U_2**	**U_3**
Eintrittswahrscheinlichkeit w_i	33,33%	33,33%	33,33%
Kapitalrückflüsse k_i			
k_a	6	6	6
k_b	9	6	3
k_c	18	6	-6
k_d	36	6	-24

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Entscheidung

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Hinweis:

Das Erwartungswert-Varianz-Prinzip beschreibt das Entscheidungsprinzip bei Risiko.

In vorigem Beispiel konnte bei Hinweis auf die Risikoneigung des Entscheidungsträgers eindeutig eine Entscheidung getroffen werden, da alle Alternativen einen gleichen Erwartungswert aufwiesen.

Typischerweise benötigt man aber eine Präferenzfunktion über den Erwartungswert μ und die Varianz (σ^2) bzw. Standardabweichung σ des Ergebnisses. In dieser muss der Entscheidungsträger spezifizieren, wie μ und σ in die Präferenzfunktion eingehen. Bei risikoscheuen Investoren wird σ negativ, bei risikofreudigen Investoren positiv in der Präferenzfunktion berücksichtigt.

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Präferenzfunktion

Bei Risikofreude wächst die Präferenz, die Zustimmung mit steigender Varianz:

$$\Phi = f\left(\mu, \sigma\right) = 3\mu + 0,5\sigma$$

Bei Risikoneutralität ändert sich die Präferenz, die Zustimmung mit steigender Varianz nicht:

$$\Phi = f\left(\mu, \sigma\right) = \mu$$

Bei Risikoscheu sinkt die Präferenz, die Zustimmung mit steigender Varianz:

$$\Phi = f\left(\mu, \sigma\right) = 2\mu - 1,5\sigma$$

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

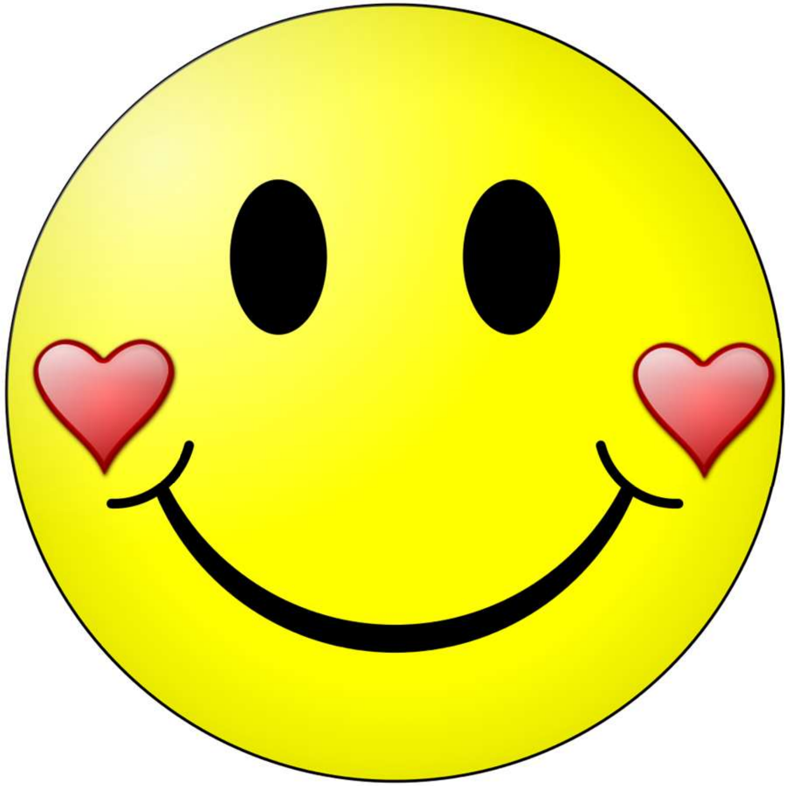
Präferenzfunktion

Investitions-Entscheidungen unter Unsicherheit

(μ,σ)-Prinzip

Präferenzfunktion

… oh, da fehlt doch etwas …



und gleich geht es weiter…,

einen schönen Abend…