

Geübt am 19.4.1 Uhr

Verwaltungs- und Wirtschafts-Akademie Potsdam e. V.  
Dipl.-Kfm. Thomas Rochow



## Auflistung einiger Algorithmen

1. Algorithmus des **Nordwest-Ecken** Verfahrens: Beginnend mit der Nordwest-Ecke der Mengenmatrix werden die Felder mit soviel Transporteinheiten belegt, dass weder die Begrenzung hinsichtlich der Angebotsmengen  $a_i$  noch hinsichtlich der Bedarfsmengen  $b_j$  überschritten wird:
  - a. Ist  $a_1 > b_1$ , so wird  $x_{11} = b_1$  gesetzt. Dann waagerechtes Voranschreiten und Festlegung der Menge  $x_{12}$  durch Vergleich von  $b_2$  und  $a_1 - x_{11}$  usw.
  - b. Ist  $a_1 < b_1$ , so wird  $x_{11} = a_1$  gesetzt. Dann senkrechtes Voranschreiten und Festlegung der Menge  $x_{21}$  durch Vergleich von  $a_2$  und  $b_1 - x_{11}$  usw.
  - c. Ist  $a_1 = b_1$ , so wird  $x_{11} = a_1 = b_1$  gesetzt. Dann waagerechtes Voranschreiten und Nullsetzen von  $x_{12}$ . Sodann senkrechtes Voranschreiten und Festlegung von  $x_{22}$  entsprechend Schritt 1 bis 3.
  - d. Man verfähre nach Schritten 1 bis 3 solange, bis die Menge  $x_{mn}$  festgelegt ist.
2. Algorithmus **Bewertungsverfahren**: Man trägt die Werte  $c_{ij}$  der Kostenmatrix in die rechten oberen Ecken der Felder der Mengenmatrix ein und beginnt mit der Festlegung der Mengen  $x_{ij}$  bei dem Feld mit dem kleinsten Wert von  $c_{ij}$ . Bei Festlegung der Mengen wird wie folgt vorgegangen:
  - a. Ermittle das Feld mit dem Wert  $\min(c_{ij})$ . Falls mehrere Felder mit  $\min(c_{ij})$  existieren, wähle ein beliebiges aus.
  - b. Ist  $a_i > b_j$ , so wird  $x_{ij} = b_j$  gesetzt. Man markiere dann diese Spalte als belegt und ersetze in diese Zeile  $a_i$  durch  $a_i - x_{ij}$ .
  - c. Ist  $a_i < b_j$ , so wird  $x_{ij} = a_i$  gesetzt. Man markiere dann diese Zeile als belegt und ersetze in diese Spalte  $b_j$  durch  $b_j - x_{ij}$ .
  - d. Ist  $a_i = b_j$ , so wird  $x_{ij} = a_i = b_j$  gesetzt. Man markiere Zeile und Spalte als belegt und ermittle das Feld mit dem nächsthöheren Wert  $c_{ij}$  aus der betroffenen Zeile und setze hier  $x_{ij} = 0$  ein.
  - e. Die Schritte 1 bis 4 werden für die Restmatrix solange wiederholt, bis alle Zeilen und Spalten markiert sind.

→ an die optimale Lösung  
Näherungsverfahren

3. Algorithmus für das Vogel'sche Approximationsverfahren

- a. Man suche in jeder Zeile und Spalte der Kostenmatrix den niedrigsten und nächsthöheren Kostensatz, bilde die Differenz  $d$  zwischen beiden und trage diese als letzte Spalte und letzte Zeile in die Kostenmatrix.
- b. Man bestimme in der Spalte oder Zeile mit  $\max(d)$  das Feld mit  $\min(c_{ij})$ . Sind mehrere gleiche  $\max(d)$  vorhanden, so wähle man die Zeile bzw. die Spalte mit dem niedrigeren  $\min(c_{ij})$ . Dieses Feld belege man mit  $x_{ij} = \min(a_i; b_j)$ .
- c. Falls  $x_{ij} = a_i$ , so wird die zugehörige Zeile der Kostenmatrix gestrichen und der Bedarf in der zugehörigen Spalte korrigiert:  $b_j := b_j - x_{ij}$ .  
Falls  $x_{ij} = b_j$ , so wird die zugehörige Spalte der Kostenmatrix gestrichen und das Angebot in der zugehörigen Zeile korrigiert:  $a_i := a_i - x_{ij}$ .  
Falls  $x_{ij} = a_i = b_j$ , so wird trotzdem nur entweder die zugehörige Zeile oder Spalte gestrichen um einer Entartung zu entgehen.
- d. Mit der Rest-Kostenmatrix verfähre man gemäß Schritten 1 bis 3.

### Aufgabe

Gegeben sei folgendes Transportproblem: Von drei Versandorten (V1, V2 und V3), an denen ein Produkt in den Mengen 30, 24 und 42 vorhanden ist, sollen vier Empfangsorte (E1, E2, E3 und E4) beliefert werden. Der Bedarf der vier Empfangsorte ist 20, 25, 15 und 36 Einheiten. Die Entfernungen und damit die Transportkosten sind unterschiedlich groß. Die Kosten für die Versendung von  $i$  nach  $j$  pro Mengeneinheit  $c_{ij}$  sind in nachstehender Tabelle fett aufgeführt:

		Empfänger				
		E1	E2	E3	E4	
Ver- sen- der	V1	7	6	4	2	30
	V2	9	5	6	8	24
	V3	6	5	4	10	42
		20	25	15	36	

1. Erstellen Sie eine Ausgangslösung mit Hilfe des Northwest-Ecken-Verfahrens! Welche Mengen werden dabei von den Versandorten zu den Empfangsorten transportiert? Welche Kosten entstehen?
2. Wählen Sie nun das Bewertungsverfahren als Ausgangslösung! Welche Mengen werden nun von den Versandorten zu den Empfangsorten transportiert? Welche Kosten entstehen?
3. Wählen Sie nun das Vogel'sche Näherungsverfahren als Ausgangslösung! Welche Mengen werden jetzt von den Versandorten zu den Empfangsorten transportiert? Welche Kosten entstehen jetzt?

### Ein weiteres Problem – bitte auch nach 1. bis 3. lösen

Gegeben sei folgendes Transportproblem: Von drei Versandorten (V1, V2 und V3), an denen ein Produkt in den Mengen 40, 90 und 80 vorhanden ist, sollen fünf Empfangsorte (E1, E2, E3, E4 und E5) beliefert werden. Der Bedarf der fünf Empfangsorte beträgt 30, 50, 40, 60 und 30 Einheiten. Die Entfernungen und damit die Transportkosten sind unterschiedlich groß. Die Kosten für die Versendung von  $i$  nach  $j$  pro Mengeneinheit  $c_{ij}$  sind in nachstehender Tabelle fett aufgeführt:

		Empfänger					
		E1	E2	E3	E4	E5	
Ver- sen- der	V1	16	12	18	17	19	40
	V2	14	13	17	15	14	90
	V3	15	16	14	18	13	80
		30	50	40	60	30	210

ges.: Kosten minimale Transportplan