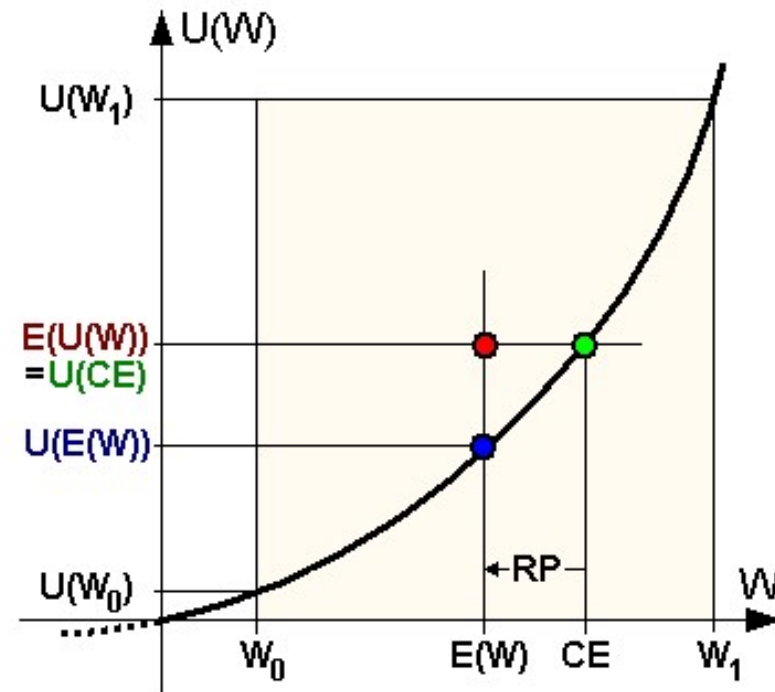
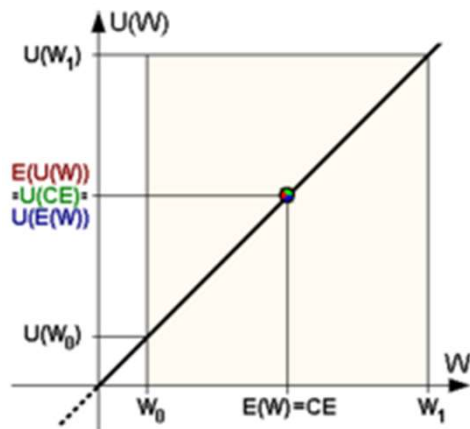
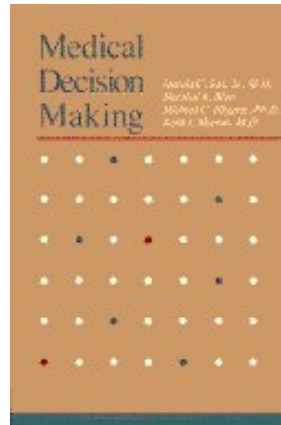


# Grundlagen der Entscheidungstheorie



# Entscheidungssituation



**Wir wollen einen Ausflug unternehmen und stehen vor der Entscheidung, ob wir einen Schirm mitnehmen sollen oder nicht.**



# Entscheidungssituation

## Darstellungsmöglichkeit 1: Die Entscheidungsmatrix

Aktion j \ Ereignis i	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen		
kein Regen		

In die freien Felder können zunächst die Konsequenzen von dem Zusammentreffen von Ereignis und Aktion verbal eingetragen werden.



# Entscheidungssituation

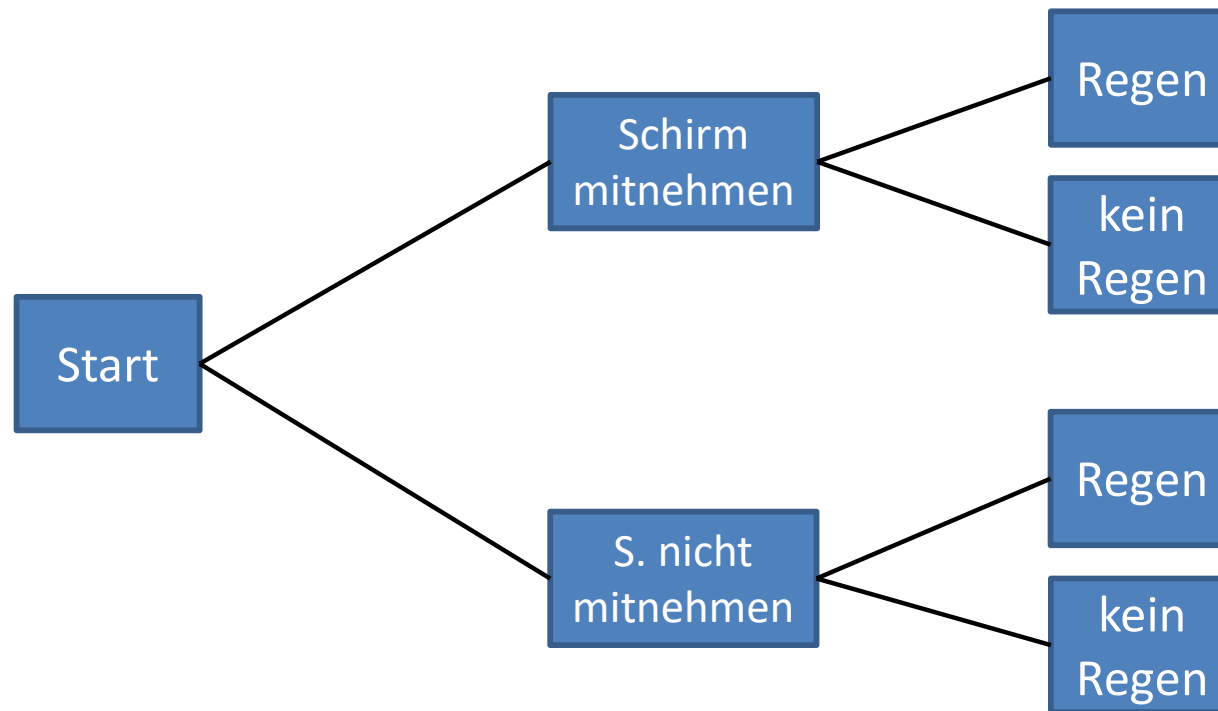
## Darstellungsmöglichkeit 1: Die Entscheidungsmatrix

Aktion j \ Ereignis i	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	trocken, aber belastet mittelmäßig zufrieden	nass unzufrieden
kein Regen	unnötig belastet nicht sehr zufrieden	unbelastet sehr zufrieden

Diese Bewertung kann natürlich von Entscheidungsträger zu Entscheidungsträger unterschiedlich ausfallen.

# Entscheidungssituation

## Darstellungsmöglichkeit 2: Der Entscheidungsbaum

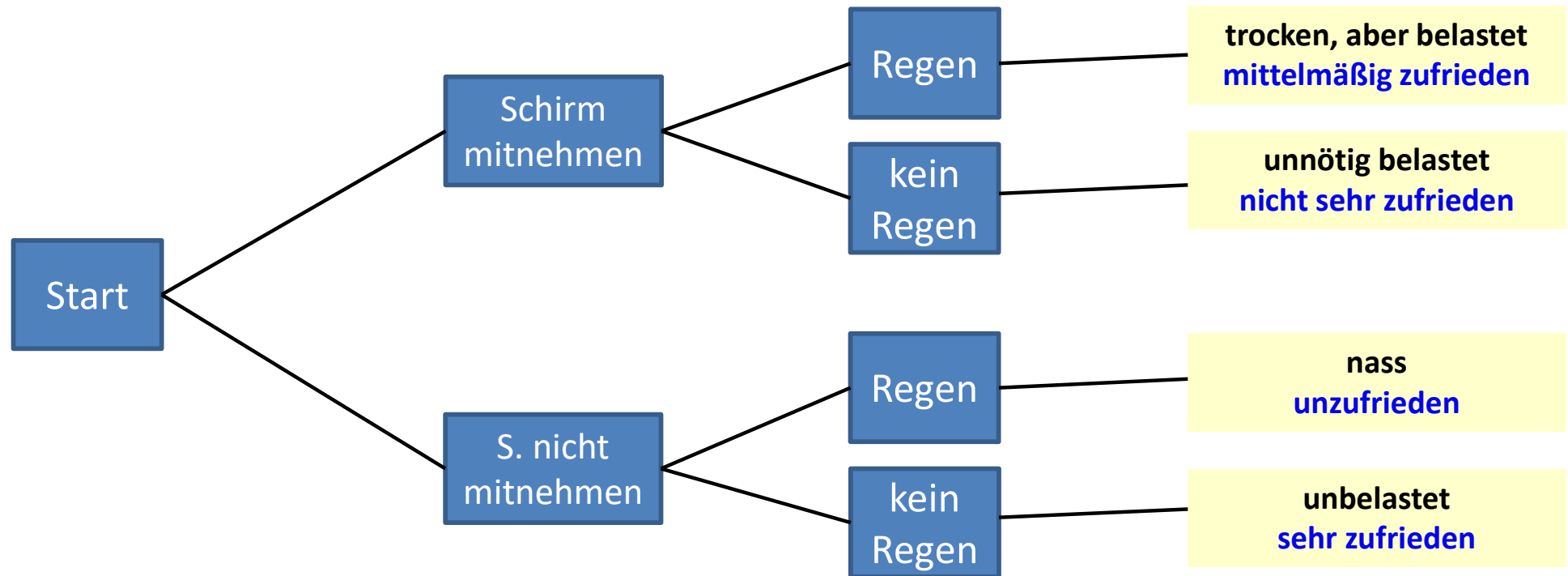


Rechts dahinter können zunächst die Konsequenzen von dem Zusammentreffen von Ereignis und Aktion verbal eingetragen werden.

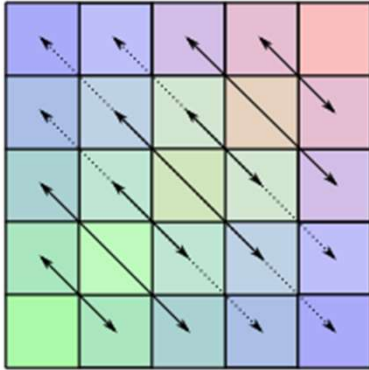


# Entscheidungssituation

## Darstellungsmöglichkeit 2: Der Entscheidungsbaum

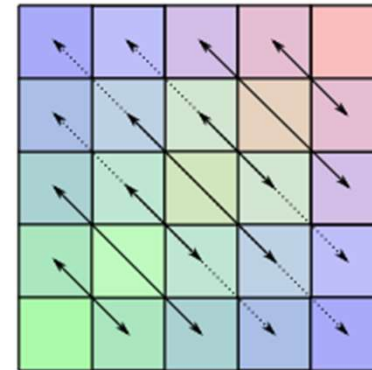


# Entscheidungssituation



$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & \dots & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ m \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Im weiteren soll das Matrix-Konzept wegen der größeren Übersichtlichkeit weiter verfolgt werden.



# Entscheidungssituation

## Zwischenüberlegung:

Bei nicht 100%iger Sicherheit des Ereignisses benötigt man zur Analyse zusätzliche Angaben über

- falls möglich, Wahrscheinlichkeiten für das Eintreffen der Ereignisse
- Angaben über die Attraktivität der Ergebnisse, die aus dem Zusammentreffen aus Ereignis  $i$  und Aktion  $j$  resultieren, d. h. über die Zielvorstellungen des Entscheidenden





# Entscheidungssituation

Zielvorstellungen  
des Entscheidenden:

## Beispiele

- Zufriedenheitsmaximierung
- Gewinnmaximierung
- Nutzenmaximierung
- Sicherheitsmaximierung
- Kostenminimierung
- Zeitminimierung
- Schadensminimierung

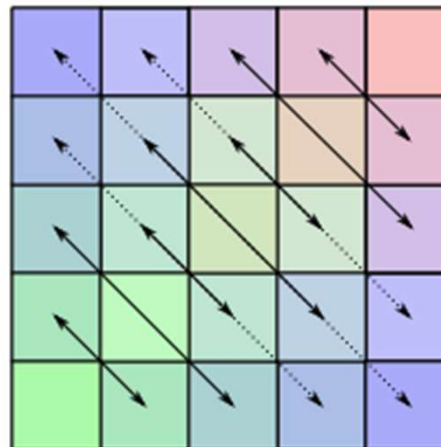


# Entscheidungssituation

**Bewertung  
des Entscheidenden:**

... und Überführung der verbalen Beschreibung der Attraktivität in rechenbare Zufriedenheits- oder Nutzenwerte,

d. h. Aufstellen einer so genannten Auszahlungsmatrix oder Bewertungsmatrix.

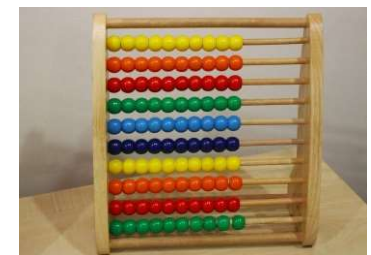


# Darstellungsmöglichkeit 1: Die Entscheidungsmatrix

Aktion j \ Ereignis i	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	trocken, aber belastet mittelmäßig zufrieden	nass unzufrieden
kein Regen	unnötig belastet nicht sehr zufrieden	unbelastet sehr zufrieden

Diese verbalen Ergebnisse werden also in die so genannte **Auszahlungsmatrix** transformiert...

... und damit **rechenbar** gemacht...



# Die Auszahlungsmatrix

Aktion j \ Ereignis i	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	5	-5
kein Regen	2	10

Offensichtlich wiegt der unnötig mitgenommene Schirm schwerer (negativer) als der Regen.



# Entscheidungssituation

## Die Entscheidungsfrage



Soll ich den Schirm mitnehmen oder nicht?



# Die Entscheidungsfrage



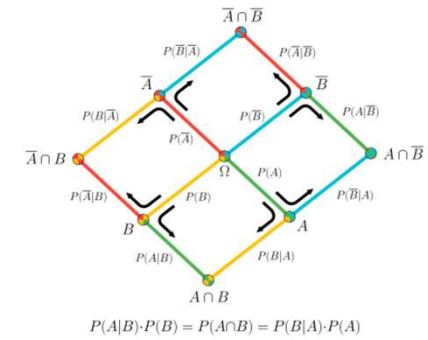
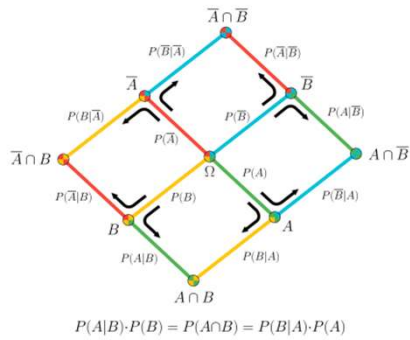
**Soll ich den Schirm mit-  
nehmen oder nicht?**



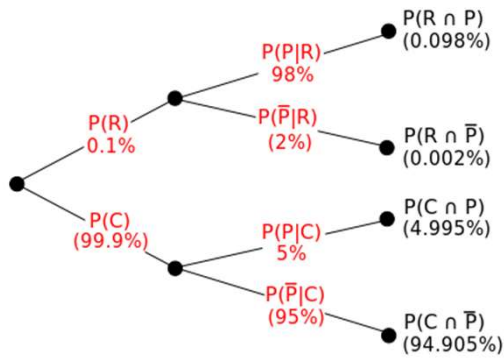
**Institut A sagt:  
Regen-  
wahrscheinlichkeit  
beträgt 50%.**

**Institut B sagt:  
Regen-  
wahrscheinlichkeit  
beträgt 30%.**

# Die Entscheidungsfrage



Sind Wahrscheinlichkeiten bekannt, bietet sich beispielsweise die Bayes-Regel an.



## Entscheidungsregel : Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

mathematische Formulierung:

$$A_{opt} = \max_j \left( \sum_i p_i \cdot e_{ij} \right)$$

$i = 1, 2, \dots, m$  Anzahl der Ereignisse

$j = 1, 2, \dots, n$  Anzahl der Aktionen

$e_{ij}$  : Elemente der Auszahlungsmatrix



## Entscheidungsregel : Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

**in Worten:**

- **charakterisiere jede Aktion durch den Erwartungswert der Auszahlungswerte**
- **und wähle die Aktion, bei der dieser Erwartungswert am größten ist**




Institut A sagt:  
Regen-  
wahrscheinlichkeit  
beträgt 50%.

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	0,5	5	-5
kein Regen	0,5	2	10
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

Institut A sagt:  
Regen-  
wahrscheinlichkeit  
beträgt 50%.

Aktion j \ Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	0,5	5	-5
kein Regen	0,5	2	10
Beurteilung bzgl. E-Regel		$0,5 * 5 +$ $0,5 * 2 =$ 3,5	$0,5 * (-5) +$ $0,5 * 10 =$ 2,5
Entscheidung			

Institut A sagt:  
Regen-  
wahrscheinlichkeit  
beträgt 50%.

Aktion j \ Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	0,5	5	-5
kein Regen	0,5	2	10
Beurteilung bzgl. E-Regel		$0,5*5+$ $0,5*2=$ <b>3,5</b>	$0,5*(-5)+$ $0,5*10=$ <b>2,5</b>
Entscheidung			




Institut B sagt:  
Regen-  
wahrscheinlichkeit  
beträgt 30%.

Aktion j \ Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	0,3	5	-5
kein Regen	0,7	2	10
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

Institut B sagt:  
Regen-  
wahrscheinlichkeit  
beträgt 30%.

Aktion j \ Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	0,3	5	-5
kein Regen	0,7	2	10
Beurteilung bzgl. E-Regel		$0,3 \cdot 5 +$ $0,7 \cdot 2 =$ 2,9	$0,3 \cdot (-5) +$ $0,7 \cdot 10 =$ 5,5
Entscheidung			

Institut B sagt:  
Regen-  
wahrscheinlichkeit  
beträgt 30%.

Aktion j \ Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Schirm mitnehmen	Schirm nicht mitnehmen
Regen	0,3	5	-5
kein Regen	0,7	2	10
Beurteilung bzgl. E-Regel		$0,3 \cdot 5 +$ $0,7 \cdot 2 =$ 2,9	$0,3 \cdot (-5) +$ $0,7 \cdot 10 =$ 5,5
Entscheidung			

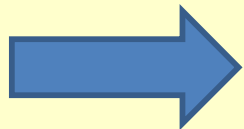


# Ein weiteres Beispiel

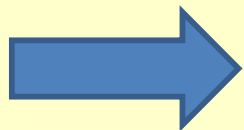
Ein Hersteller eines technischen Gerätes hat drei verschiedene alternative Bauweisen (in der Sprache der Entscheidungstheorie: Aktionen) anzubieten:



Variante 1

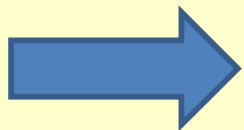


Variante 2

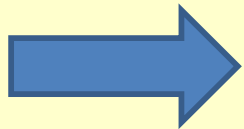


Variante 3

Als Ereignisse seien denkbar:



geringe Nachfrage



mittlere Nachfrage



große Nachfrage

Welche Variante sollte gewählt werden, wenn jeweils nur eine Bauweise möglich ist?





**Auch hier stellt sich die Frage nach der „besten“ Entscheidung.**

- **Fall 1: falls keine Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können**



**Entscheidungen unter Ungewissheit**

- **Fall 2: falls Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können**



**Entscheidungen unter Risiko**

**Die Kombination aus beiden  
ergibt die Auszahlungsmatrix  
(Entscheidungsmatrix)**

**Die Auszahlungsmatrix (Entscheidungsmatrix)  
für die Ungewissheitssituation**

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Beurteilung bzgl. E-Regel			

**Die Auszahlungsmatrix (Entscheidungsmatrix)  
für die Risikosituation**

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage		25	-10	-125
mittlere Nachfrage		400	440	400
große Nachfrage		650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

- **Fall 1:** falls keine Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können



**Entscheidungen unter Ungewissheit**

**Ungewissheitssituationen sind verbunden mit Entscheidungsregeln:**

- **Maximax-Regel**
- **Maximin-Regel**
- **Hurwicz-Regel**
- **Laplace-Regel**
- **Minimax-Regret-Regel (Savage-Niehans-Regel)**
- **Krelle-Regel**

- **Fall 2:** falls Wahrscheinlichkeiten angegeben werden können



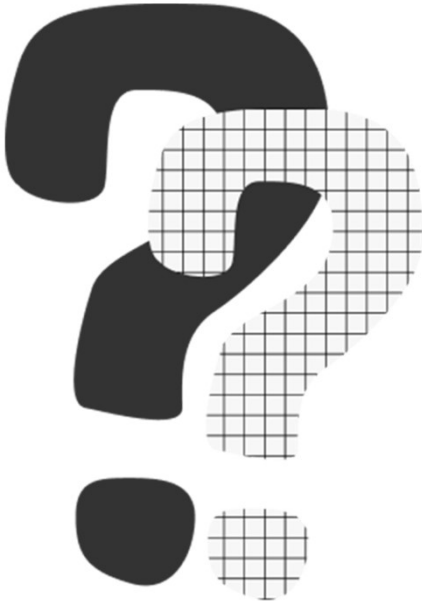
**Entscheidungen unter Risiko**

**Risikosituationen sind verbunden mit Wahrscheinlichkeiten:**

- **Maximum-Likelihood-Regel**
- **Bayes-Regel**

$$E(X) = \sum_{i \in I} x_i p_i = \sum_{i \in I} x_i P(X = x_i)$$

# Die Ungewissheitssituation ...



... „meistern“ mit Entscheidungsregeln.

## Entscheidungsregel 1: Maximax-Regel

mathematische Formulierung:

$$A_{opt} = \max_j \left( \max_i e_{ij} \right)$$

$i = 1, 2, \dots, m$  Anzahl der Ereignisse

$j = 1, 2, \dots, n$  Anzahl der Aktionen

$e_{ij}$  : Elemente der Auszahlungsmatrix

## Entscheidungsregel 1: Maximax-Regel

in Worten:

- charakterisiere jede Aktion durch ihre maximale Auszahlung
- und wähle die Aktion, bei der dieser maximale Wert am größten ist






## Entscheidungsregel 1: Maximax-Regel

<b>Aktion j</b> <b>Ereignis i</b>	<b>Variante 1</b>	<b>Variante 2</b>	<b>Variante 3</b>
<b>geringe Nachfrage</b>	<b>25</b>	<b>-10</b>	<b>-125</b>
<b>mittlere Nachfrage</b>	<b>400</b>	<b>440</b>	<b>400</b>
<b>große Nachfrage</b>	<b>650</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 1: Maximax-Regel

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel	650	740	750
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 1: Maximax-Regel

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel	650	740	750
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 1: Maximax-Regel

### Kritik:

- Die Maximax-Regel erinnert an einen grenzenlosen Optimisten („blind“)

Aktion j \ Ereignis i	Aktion 1	Aktion 2
Ereignis 1	700	-900
Ereignis 2	<b>725</b>	<b>750</b>
Beurteilung bzgl. E-Regel	<b>725</b>	<b>750</b>
Entscheidung		★ ★ ★

Obwohl sich die Maximalergebnisse kaum unterscheiden und bei Eintreffen von Ereignis 1 ein hoher Verlust entsteht, entscheidet sich der Entscheidungsträger „blind“ für Aktion 2.

## Entscheidungsregel 2: Maximin-Regel

mathematische Formulierung:

$$A_{opt} = \max_j \left( \min_i e_{ij} \right)$$

$i = 1, 2, \dots, m$  Anzahl der Ereignisse

$j = 1, 2, \dots, n$  Anzahl der Aktionen

$e_{ij}$  : Elemente der Auszahlungsmatrix

## Entscheidungsregel 2: Maximin-Regel

**in Worten:**

- **charakterisiere jede Aktion durch ihre minimale Auszahlung**
- **und wähle die Aktion, bei der dieser minimale Wert am größten ist**



## Entscheidungsregel 2: Maximin-Regel


<b>Aktion j</b> <b>Ereignis i</b>	<b>Variante 1</b>	<b>Variante 2</b>	<b>Variante 3</b>
<b>geringe Nachfrage</b>	<b>25</b>	<b>-10</b>	<b>-125</b>
<b>mittlere Nachfrage</b>	<b>400</b>	<b>440</b>	<b>400</b>
<b>große Nachfrage</b>	<b>650</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 2: Maximin-Regel

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel	25	-10	-125
Entscheidung			



## Entscheidungsregel 2: Maximin-Regel

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel	25	-10	-125
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 2: Maximin-Regel

### Kritik 1:

- Die Maximin-Regel erinnert an einen grenzenlosen Pessimisten (blind).

Aktion j \ Ereignis i	Aktion 1	Aktion 2
Ereignis 1	0	-10
Ereignis 2	10	999
Beurteilung bzgl. E-Regel	0	-10
Entscheidung		

Obwohl sich die Minimalergebnisse kaum unterscheiden und bei Eintreffen von Ereignis 2 ein hoher Gewinn entsteht, entscheidet sich der Entscheidungsträger „blind“ für Aktion 1.

## Entscheidungsregel 2: Maximin-Regel

### Kritik 2:

- Die Maximin-Regel erinnert an einen grenzenlosen Pessimisten (blind).

Aktion j \ Ereignis i	Aktion 1	Aktion 2
Ereignis 1	100	1.000.000
Ereignis 2	-10	-10.000
Beurteilung bzgl. E-Regel	-10	-10.000
Entscheidung	★ ★ ★	

Hier geht es um die kurzfristige Verkraftbarkeit höherer Verluste.

Kann der sicherlich hohe Verlust verkraftet werden, wenn eine Chance auf einen sehr hohen Gewinn besteht?

## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

mathematische Formulierung:

$$A_{opt} = \max_j \left( \alpha \cdot \max_i e_{ij} + (1 - \alpha) \cdot \min_i e_{ij} \right)$$

mit  $0 \leq \alpha \leq 1$

$\alpha$  : *Optimismusparameter*

$\alpha = 1$  : Maximax-Regel

$\alpha = 0$  ; Maximin-Regel

$i = 1, 2, \dots, m$     Anzahl der Ereignisse

$j = 1, 2, \dots, n$     Anzahl der Aktionen

$e_{ij}$  :                    Elemente der Auszahlungsmatrix

## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

in Worten:

- charakterisiere jede Aktion durch ihre maximale und ihre minimale Auszahlung, gewichte die maximale mit  $\alpha$  und die minimale mit  $1 - \alpha$
- und wähle die Aktion, bei der die Summe aus diesen beiden Werten am größten ist



## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 1:  $\alpha = 0,5$

Aktion j \ Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 1:  $\alpha = 0,5$

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	<b>25</b>	<b>-10</b>	<b>-125</b>
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	<b>650</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 1:  $\alpha = 0,5$

Aktion j \ Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel	$650 \cdot 0,5 + 25 \cdot 0,5 = 337,5$	$740 \cdot 0,5 + (-10) \cdot 0,5 = 365$	$750 \cdot 0,5 + (-125) \cdot 0,5 = 312,5$
Entscheidung		★ ★ ★	



## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 2:  $\alpha = 0,95$

Aktion j \ Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			


## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 2:  $\alpha = 0,95$

Aktion j \ Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 2:  $\alpha = 0,95$

Aktion j \ Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel	$650 \cdot 0,95 + 25 \cdot 0,05 = 618,75$	$740 \cdot 0,95 + (-10) \cdot 0,05 = 702,5$	$750 \cdot 0,95 + (-125) \cdot 0,05 = 706,25$
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 3:  $\alpha = 0,1$

Aktion j \ Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			


## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 3:  $\alpha = 0,1$

Aktion j \ Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

Fall 3:  $\alpha = 0,1$

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	<b>25</b>	<b>-10</b>	<b>-125</b>
mittlere Nachfrage	<b>400</b>	<b>440</b>	<b>400</b>
große Nachfrage	<b>650</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
Beurteilung bzgl. E-Regel	$650 \cdot 0,1 + 25 \cdot 0,9 = 87,5$	$740 \cdot 0,1 + (-10) \cdot 0,9 = 65$	$750 \cdot 0,1 + (-125) \cdot 0,9 = -37,5$
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 3: Hurwicz-Regel

### Kritik:

- Es dürfte schwierig sein, den Optimismusparameter verlässlich zu ermitteln.



## Entscheidungsregel 4: Laplace-Regel

mathematische Formulierung:

$$A_{opt} = \max_j \left( \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m e_{ij} \right)$$

oder vereinfacht  $A_{opt} = \max_j \left( \sum_{i=1}^m e_{ij} \right)$

$i = 1, 2, \dots, m$  Anzahl der Ereignisse

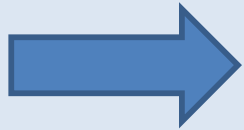
$j = 1, 2, \dots, n$  Anzahl der Aktionen

$e_{ij}$  : Elemente der Auszahlungsmatrix



## Entscheidungsregel 4: Laplace-Regel

### mathematische Formulierung:



Laplace-Würfel, alle Seiten treten mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf...

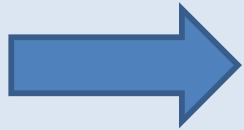


... also treten auch alle denkbaren  $m$  Ereignisse mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf



## Entscheidungsregel 4: Laplace-Regel

### mathematische Formulierung:



Laplace-Prinzip vom unzureichenden Grunde...



... wenn es kein Wissen über die denkbaren Ereignisse gibt, gibt es keinen Grund, ein Ereignis zu bevorzugen bzw. zu benachteiligen, darum gleiche Wahrscheinlich für alle Ereignisse



## Entscheidungsregel 4: Laplace-Regel

in Worten für die einfache Formulierung:

- bilde für jede Aktion die Summe der Auszahlungswerte
- und wähle die Aktion, bei der die Summe aus den Auszahlungswerten am größten ist




## Entscheidungsregel 4: Laplace-Regel

<b>Aktion j</b> <b>Ereignis i</b>	<b>Variante 1</b>	<b>Variante 2</b>	<b>Variante 3</b>
<b>geringe Nachfrage</b>	<b>25</b>	<b>-10</b>	<b>-125</b>
<b>mittlere Nachfrage</b>	<b>400</b>	<b>440</b>	<b>400</b>
<b>große Nachfrage</b>	<b>650</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
Beurteilung bzgl. E-Regel			
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 4: Laplace-Regel

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel	<u>1.075</u>	<u>1.170</u>	<u>1.025</u>
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 4: Laplace-Regel

Aktion j Ereignis i	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	400	440	400
große Nachfrage	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel	<u>1.075</u>	<u>1.170</u>	<u>1.025</u>
Entscheidung			

## Entscheidungsregel 4: Laplace-Regel

### Kritik:

- Es ist fraglich, ob die These der Gleichwahrscheinlichkeit **wirklich** in jeder Entscheidungssituation anwendbar ist.



## Entscheidungsregel 5: Minimax-Regret-Regel oder Savage-Niehans-Regel

**404**  
**NOT FOUND**

Das wird Teil der Haus-  
arbeit sein, eine kleine  
Recherche!





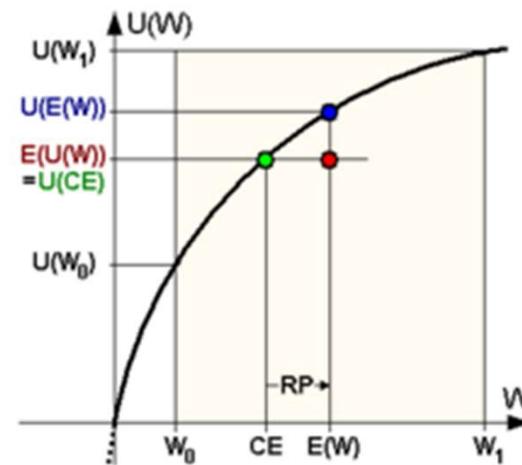
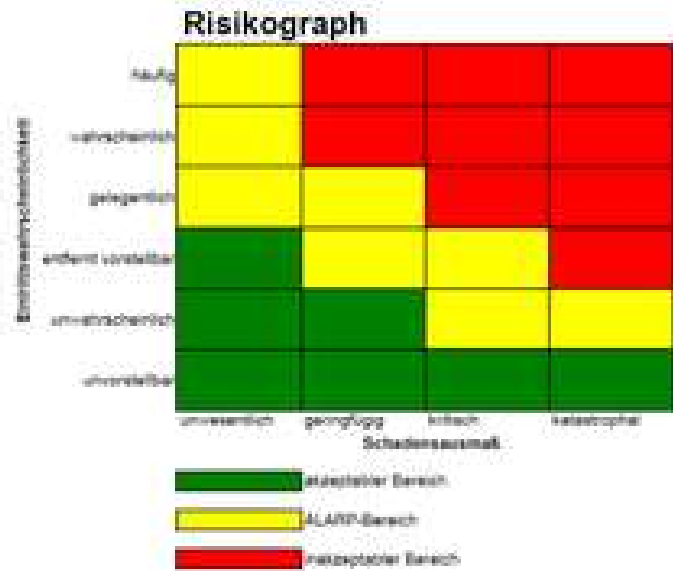
## Entscheidungsregel 6: Krelle-Regel

**404**  
**NOT FOUND**

Das wird Teil der Hausarbeit sein, eine kleine Recherche!



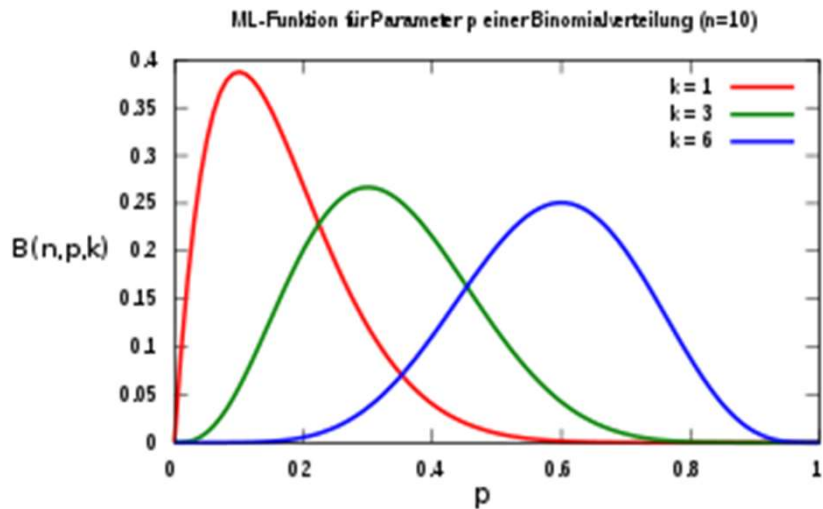
# Die Risikosituation ...



... „meistern“ mit Wissensausnutzung.

# Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

mathematisch:



### Probabilities

$$\begin{aligned}
 p(N_{AVB}, N_{AVC} | p_A, p_B, p_C) &= \sum_{N_A=0}^{\min(N_{AVB}, N_{AVC})} p(N_{AVB}, N_{AVC}, N_A | p_A, p_B, p_C) \\
 &= \sum_{N_A=0}^{\min(N_{AVB}, N_{AVC})} p(N_{AVB}, N_{AVC} | p_A, p_B, p_C, N_A) p(N_A) \\
 &= \sum_{N_A=0}^{\min(N_{AVB}, N_{AVC})} \frac{N_{AVB} + N_{AVC} - N_A}{N_A! (N_{AVB} - N_A)! (N_{AVC} - N_A)!} p_A^{N_A} p_B^{(N_{AVB} - N_A)} p_C^{(N_{AVC} - N_A)} p(N_A)
 \end{aligned}$$

Expectation Maximization bound with the auxiliary distribution  $q(N_A)$

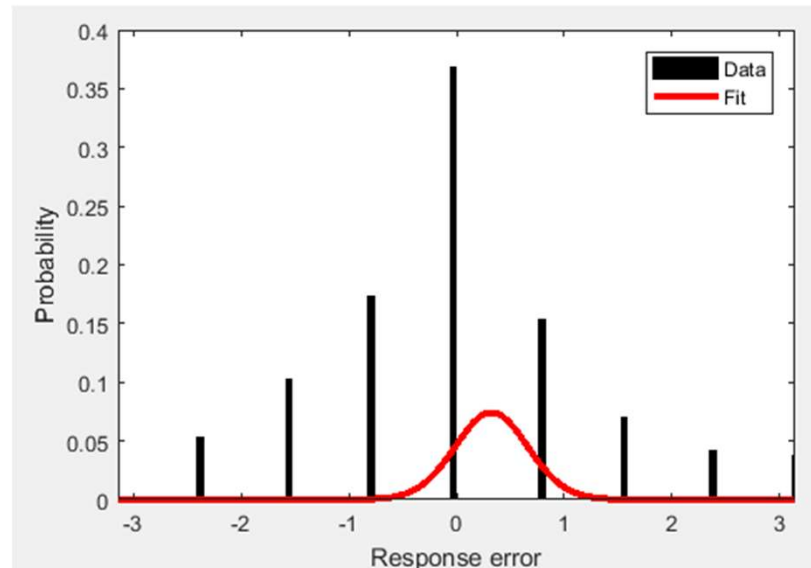
$$\begin{aligned}
 \log p(N_{AVB}, N_{AVC} | p_A, p_B, p_C) &= \log \sum_{N_A=0}^{\min(N_{AVB}, N_{AVC})} \frac{N_{AVB} + N_{AVC} - N_A}{N_A! (N_{AVB} - N_A)! (N_{AVC} - N_A)!} p_A^{N_A} p_B^{(N_{AVB} - N_A)} p_C^{(N_{AVC} - N_A)} p(N_A) \\
 &\geq \sum_{N_A=0}^{\min(N_{AVB}, N_{AVC})} q(N_A) \log \frac{\frac{N_{AVB} + N_{AVC} - N_A}{N_A! (N_{AVB} - N_A)! (N_{AVC} - N_A)!} p_A^{N_A} p_B^{(N_{AVB} - N_A)} p_C^{(N_{AVC} - N_A)} p(N_A)}{q(N_A)} \\
 &\stackrel{def}{=} \mathcal{F}(q(N_A), p_A, p_B, p_C)
 \end{aligned}$$

### Expectation Step

Max with respect to  $q(N_A)$

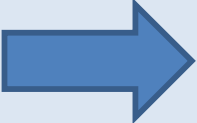


$$q(N_A) \propto \frac{N_{AVB} + N_{AVC} - N_A}{N_A! (N_{AVB} - N_A)! (N_{AVC} - N_A)!} p_A^{N_A} p_B^{(N_{AVB} - N_A)} p_C^{(N_{AVC} - N_A)} p(N_A)$$



## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

### in Worten:

- Likelihood  Mutmaßlichkeit, Wahrscheinlichkeit
- man wählt diejenige Aktion, die beim wahrscheinlichsten Ereignis die größte Wahrscheinlichkeit verspricht



## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

Fall 1:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,7	400	440	400
große Nachfrage	0,2	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

Fall 1:



Aktion j \ Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,7	400	440	400
große Nachfrage	0,2	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel		400	440	400
Entscheidung				

# Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

**Fall 1:**



<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span style="font-size: 1.2em;">Aktion j</span> <span style="font-size: 1.2em;">Wahr- scheinlichkeit</span> </div>				
<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <span style="font-size: 1.2em;">Ereignis i</span> <span style="font-size: 1.2em;">Variante 1</span> <span style="font-size: 1.2em;">Variante 2</span> <span style="font-size: 1.2em;">Variante 3</span> </div>				
<b>geringe Nachfrage</b>	0,1	25	-10	-125
<b>mittlere Nachfrage</b>	0,7	400	440	400
<b>große Nachfrage</b>	0,2	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel		400	440	400
Entscheidung			★ ★ ★	

## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

Fall 2:

Aktion j \ Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,8	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,1	400	440	400
große Nachfrage	0,1	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				



## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

Fall 2:



Aktion j \ Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,8	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,1	400	440	400
große Nachfrage	0,1	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel		25	-10	-125
Entscheidung				

## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

Fall 2:



	Aktion j	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
Ereignis i					
<b>geringe Nachfrage</b>		0,8	25	-10	-125
<b>mittlere Nachfrage</b>		0,1	400	440	400
<b>große Nachfrage</b>		0,1	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel			25	-10	-125
Entscheidung					

## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

Fall 2:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,4	400	440	400
große Nachfrage	0,5	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

Fall 2:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,4	400	440	400
große Nachfrage	0,5	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel		650	740	750
Entscheidung				



## Entscheidungsregel 1: Maximum-Likelihood-Regel

Fall 2:



Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
<b>geringe Nachfrage</b>	<b>0,1</b>	<b>25</b>	<b>-10</b>	<b>-125</b>
<b>mittlere Nachfrage</b>	<b>0,4</b>	<b>400</b>	<b>440</b>	<b>400</b>
<b>große Nachfrage</b>	<b>0,5</b>	<b>650</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
Beurteilung bzgl. E-Regel		<b>650</b>	<b>740</b>	<b>750</b>
Entscheidung				

## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

mathematische Formulierung:

$$A_{opt} = \max_j \left( \sum_i p_i \cdot e_{ij} \right)$$

$i = 1, 2, \dots, m$  Anzahl der Ereignisse

$j = 1, 2, \dots, n$  Anzahl der Aktionen

$e_{ij}$  : Elemente der Auszahlungsmatrix

## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

in Worten:

- **charakterisiere jede Aktion durch den Erwartungswert der Auszahlungswerte**
- **und wähle die Aktion, bei der dieser Erwartungswert am größten ist**



## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 1:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,7	400	440	400
große Nachfrage	0,2	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				




## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 1:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,7	400	440	400
große Nachfrage	0,2	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 1:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,7	400	440	400
große Nachfrage	0,2	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel		$25 \cdot 0,1 +$ $400 \cdot 0,7 +$ $650 \cdot 0,2 =$ 412,5	$(-10) \cdot 0,1 +$ $440 \cdot 0,7 +$ $740 \cdot 0,2 =$ 455	$(-125) \cdot 0,1 +$ $400 \cdot 0,7 +$ $750 \cdot 0,2 =$ 417,5
Entscheidung				

## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 2:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,8	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,1	400	440	400
große Nachfrage	0,1	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				


## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 2:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,8	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,1	400	440	400
große Nachfrage	0,1	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 2:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,8	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,1	400	440	400
große Nachfrage	0,1	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel		$25 \cdot 0,8 +$ $400 \cdot 0,1 +$ $650 \cdot 0,1 =$ <b>125</b>	$(-10) \cdot 0,8 +$ $440 \cdot 0,1 +$ $740 \cdot 0,1 =$ <b>110</b>	$(-125) \cdot 0,8 +$ $400 \cdot 0,1 +$ $750 \cdot 0,1 =$ <b>15</b>
Entscheidung				

## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 3:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,4	400	440	400
große Nachfrage	0,5	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				


## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 3:

Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,4	400	440	400
große Nachfrage	0,5	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

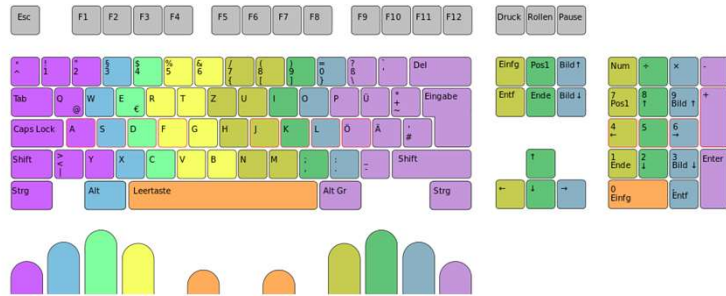
## Entscheidungsregel 2: Bayes-Regel oder Erwartungswert-Regel

Fall 3:

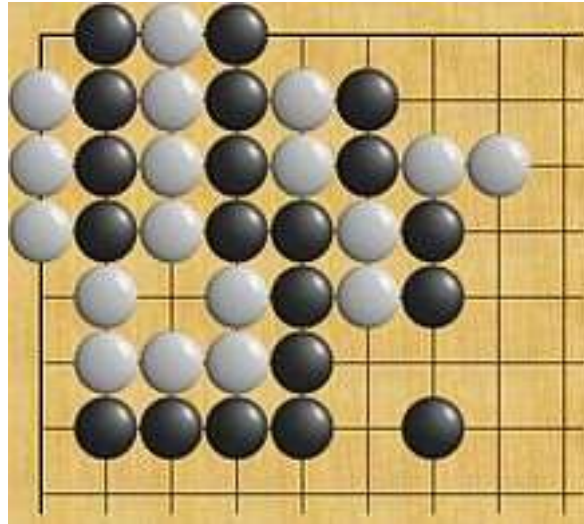
Aktion j Ereignis i	Wahr- scheinlichkeit	Variante 1	Variante 2	Variante 3
geringe Nachfrage	0,1	25	-10	-125
mittlere Nachfrage	0,4	400	440	400
große Nachfrage	0,5	650	740	750
Beurteilung bzgl. E-Regel		$25 \cdot 0,1 +$ $400 \cdot 0,4 +$ $650 \cdot 0,5 =$ 487,5	$(-10) \cdot 0,1 +$ $440 \cdot 0,4 +$ $740 \cdot 0,5 =$ 545	$(-125) \cdot 0,1 +$ $400 \cdot 0,4 +$ $750 \cdot 0,5 =$ 522,5
Entscheidung				



# Übung 1



Clavier Übung  
bestehend in  
Präludivn, Allemanden, Couranten, Sarabanden, Gigueu,  
Menuetten, und andern Galanterien,  
Denen Liebhabern zur Gemüths Ergoetzung verfertigt  
von  
Johann Sebastian Bach  
Hochfürstlich Sächsisch-Weisungsfürstlichen direct. hohem Capellmeister  
und  
Directore Chori Musici Lipsienvis.  
OPUS I.  
In Verlegung der Autoris.  
1731



Ein Entscheidungsträger stehe vor Wahl zwischen vier alternativen Aktionen, gleichzeitig hält er vier Umweltsituationen (im Folgenden nur Situation) für möglich. Seine Überlegungen hat er in nachfolgender Auszahlungsmatrix zusammengestellt:

Welche Aktion wählt der Entscheidungsträger, wenn er nach der

- a) Maximax-Regel
  - b) Maximin-Regel
  - c) Hurwicz-Regel Optimismusparameter :  $\alpha = 0,7$
  - d) Laplace-Regel
- vorgeht?

	Aktion 1	Aktion 2	Aktion 3	Aktion 4
Situation 1	15	-7	-5	6
Situation 2	3	8	9	4
Situation 3	8	3	5	5
Situation 4	-2	17	16	3

Ein Entscheidungsträger stehe vor Wahl zwischen vier alternativen Aktionen, gleichzeitig hält er vier Umweltsituationen (im Folgenden nur Situation) für möglich. Seine Überlegungen hat er in nachfolgender Auszahlungsmatrix zusammengestellt:

Welche Aktion wählt der Entscheidungsträger, wenn er nach der

a) Maximax-Regel vorgeht?

	Aktion 1	Aktion 2	Aktion 3	Aktion 4
Situation 1	15	-7	-5	6
Situation 2	3	8	9	4
Situation 3	8	3	5	5
Situation 4	-2	17	16	3
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

Ein Entscheidungsträger stehe vor Wahl zwischen vier alternativen Aktionen, gleichzeitig hält er vier Umweltsituationen (im Folgenden nur Situation) für möglich. Seine Überlegungen hat er in nachfolgender Auszahlungsmatrix zusammengestellt:

Welche Aktion wählt der Entscheidungsträger, wenn er nach der  
b) Maximin-Regel  
vorgeht?

	Aktion 1	Aktion 2	Aktion 3	Aktion 4
Situation 1	15	-7	-5	6
Situation 2	3	8	9	4
Situation 3	8	3	5	5
Situation 4	-2	17	16	3
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

Ein Entscheidungsträger stehe vor Wahl zwischen vier alternativen Aktionen, gleichzeitig hält er vier Umweltsituationen (im Folgenden nur Situation) für möglich. Seine Überlegungen hat er in nachfolgender Auszahlungsmatrix zusammengestellt:

Welche Aktion wählt der Entscheidungsträger, wenn er nach der  
 c) Hurwicz-Regel Optimismusparameter :  $\alpha = 0,7$   
 vorgeht?

	Aktion 1	Aktion 2	Aktion 3	Aktion 4
Situation 1	15	-7	-5	6
Situation 2	3	8	9	4
Situation 3	8	3	5	5
Situation 4	-2	17	16	3
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

Ein Entscheidungsträger stehe vor Wahl zwischen vier alternativen Aktionen, gleichzeitig hält er vier Umweltsituationen (im Folgenden nur Situation) für möglich. Seine Überlegungen hat er in nachfolgender Auszahlungsmatrix zusammengestellt:

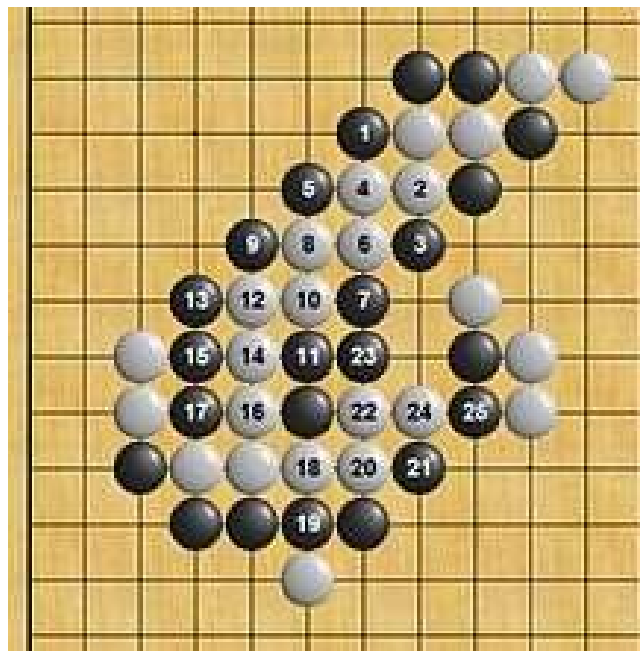
Welche Aktion wählt der Entscheidungsträger, wenn er nach der  
d) Laplace-Regel  
vorgeht?

	Aktion 1	Aktion 2	Aktion 3	Aktion 4
Situation 1	15	-7	-5	6
Situation 2	3	8	9	4
Situation 3	8	3	5	5
Situation 4	-2	17	16	3
Beurteilung bzgl. E-Regel				
Entscheidung				

## Übung 2

16	8	4	2	1	Ziffer/Zahl
0	0	0	0	0	Null
0	0	0	0	1	Eins
0	0	0	1	0	Zwei
0	0	0	1	1	Drei
0	0	1	0	0	Vier
0	0	1	0	1	Fünf
0	0	1	1	0	Sechs
0	0	1	1	1	Sieben
0	1	0	0	0	Acht
0	1	0	0	1	Neun
0	1	0	1	0	Zehn
0	1	0	1	1	Elf
0	1	1	0	0	Zwölf
0	1	1	0	1	Dreizehn
0	1	1	1	0	Vierzehn
0	1	1	1	1	Fünfzehn
1	0	0	0	0	Sechszehn
1	0	0	0	1	Siebzehn
1	0	0	1	0	Achtzehn
1	0	0	1	1	Neunzehn
1	0	1	0	0	Zwanzig

Clavier Übung  
 bestehend in  
 Präludien, Allemanden, Couranten, Sarabanden, Gigue,  
 Menuetten, und andern Galanterien,  
 Denen Liebhabern zur Gemüths Ergoetzung verfertigt  
 von  
 Johann Sebastian Bach  
 Hochfürstlich Sächsisch-Weinmeisterlicher Directores Capellmeistern  
 und  
 Directore Chori Musici Lipsienvis.  
 OPUS I.  
 In Verlegung des Autors.  
 1731



Ein Entscheidungsträger stehe vor Wahl zwischen vier alternativen Aktionen, gleichzeitig hält er vier Umweltsituationen (im Folgenden nur Situation) für möglich. Seine Überlegungen hat er in nachfolgender Auszahlungsmatrix zusammengestellt:

Welche Aktion wählt der Entscheidungsträger, wenn er nach der

a) Maximum-Likelihood-Regel

b) Bayes-Regel

vorgeht?

	Wahr- scheinlich- keit	Aktion 1	Aktion 2	Aktion 3	Aktion 4
Situation 1	0,5	13	0	4	10
Situation 2	0,3	12	-15	-1	10
Situation 3	0,1	3	3	17	8
Situation 4	0,1	-35	5	2	-2



Ein Entscheidungsträger stehe vor Wahl zwischen vier alternativen Aktionen, gleichzeitig hält er vier Umweltsituationen (im Folgenden nur Situation) für möglich. Seine Überlegungen hat er in nachfolgender Auszahlungsmatrix zusammengestellt:

Welche Aktion wählt der Entscheidungsträger, wenn er nach der  
a) Maximum-Likelihood-Regel  
vorgeht?

	Wahr- scheinlich- keit	Aktion 1	Aktion 2	Aktion 3	Aktion 4
Situation 1	0,5	13	0	4	10
Situation 2	0,3	12	-15	-1	10
Situation 3	0,1	3	3	17	8
Situation 4	0,1	-35	5	2	-2
Beurteilung bzgl. E-Regel					
Entscheidung					

Ein Entscheidungsträger stehe vor Wahl zwischen vier alternativen Aktionen, gleichzeitig hält er vier Umweltsituationen (im Folgenden nur Situation) für möglich. Seine Überlegungen hat er in nachfolgender Auszahlungsmatrix zusammengestellt:

Welche Aktion wählt der Entscheidungsträger, wenn er nach der  
b) Bayes-Regel  
vorgeht?

	Wahr- scheinlich- keit	Aktion 1	Aktion 2	Aktion 3	Aktion 4
Situation 1	0,5	13	0	4	10
Situation 2	0,3	12	-15	-1	10
Situation 3	0,1	3	3	17	8
Situation 4	0,1	-35	5	2	-2
Beurteilung bzgl. E-Regel					
Entscheidung					



**MERCI**



**Einen schönen Abend ...**