

Auflistung einiger Algorithmen

1. Algorithmus des Northwest-Ecken Verfahrens: Beginnend mit der Northwest-Ecke der Mengenmatrix werden die Felder mit soviel Transporteinheiten belegt, dass weder die Begrenzung hinsichtlich der Angebotsmengen a_i noch hinsichtlich der Bedarfsmengen b_j überschritten wird:
 - a. Ist $a_1 > b_1$, so wird $x_{11} = b_1$ gesetzt. Dann waagerechtes Voranschreiten und Festlegung der Menge x_{12} durch Vergleich von b_2 und $a_1 - x_{11}$ usw.
 - b. Ist $a_1 < b_1$, so wird $x_{11} = a_1$ gesetzt. Dann senkrechtes Voranschreiten und Festlegung der Menge x_{21} durch Vergleich von a_2 und $b_1 - x_{11}$ usw.
 - c. Ist $a_1 = b_1$, so wird $x_{11} = a_1 = b_1$ gesetzt. Dann waagerechtes Voranschreiten und Nullsetzen von x_{12} . Sodann senkrechtes Voranschreiten und Festlegung von x_{22} entsprechend Schritt 1 bis 3.
 - d. Man verfähre nach Schritten 1 bis 3 solange, bis die Menge x_{mn} festgelegt ist.

2. Algorithmus Bewertungsverfahren: Man trägt die Werte c_{ij} der Kostenmatrix in die rechten oberen Ecken der Felder der Mengenmatrix ein und beginnt mit der Festlegung der Mengen x_{ij} bei dem Feld mit dem kleinsten Wert von c_{ij} . Bei Festlegung der Mengen wird wie folgt vorgegangen:
 - a. Ermittle das Feld mit dem Wert $\min(c_{ij})$. Falls mehrere Felder mit $\min(c_{ij})$ existieren, wähle ein beliebiges aus.
 - b. Ist $a_i > b_j$, so wird $x_{ij} = b_j$ gesetzt. Man markiere dann diese Spalte als belegt und ersetze in diese Zeile a_i durch $a_i - x_{ij}$.
 - c. Ist $a_i < b_j$, so wird $x_{ij} = a_i$ gesetzt. Man markiere dann diese Zeile als belegt und ersetze in diese Spalte b_j durch $b_j - x_{ij}$.
 - d. Ist $a_i = b_j$, so wird $x_{ij} = a_i = b_j$ gesetzt. Man markiere Zeile und Spalte als belegt und ermittle das Feld mit dem nächsthöheren Wert c_{ij} aus der betroffenen Zeile und setze hier $x_{ij} = 0$ ein.
 - e. Die Schritte 1 bis 4 werden für die Restmatrix solange wiederholt, bis alle Zeilen und Spalten markiert sind.

3. Algorithmus für das Vogel'sche Approximationsverfahren

- a. Man suche in jeder Zeile und Spalte der Kostenmatrix den niedrigsten und nächsthöheren Kostensatz, bilde die Differenz d zwischen beiden und trage diese als letzte Spalte und letzte Zeile in die Kostenmatrix.
- b. Man bestimme in der Spalte oder Zeile mit $\max(d)$ das Feld mit $\min(c_{ij})$. Sind mehrere gleiche $\max(d)$ vorhanden, so wähle man die Zeile bzw. die Spalte mit dem niedrigeren $\min(c_{ij})$. Dieses Feld belege man mit $x_{ij} = \min(a_i; b_j)$.
- c. Falls $x_{ij} = a_i$, so wird die zugehörige Zeile der Kostenmatrix gestrichen und der Bedarf in der zugehörigen Spalte korrigiert: $b_j := b_j - x_{ij}$.
Falls $x_{ij} = b_j$, so wird die zugehörige Spalte der Kostenmatrix gestrichen und das Angebot in der zugehörigen Zeile korrigiert: $a_i := a_i - x_{ij}$.
Falls $x_{ij} = a_i = b_j$, so wird trotzdem nur entweder die zugehörige Zeile oder Spalte gestrichen um einer Entartung zu entgehen.
- d. Mit der Rest-Kostenmatrix verfähre man gemäß Schritten 1 bis 3.

Aufgabe

Gegeben sei folgendes Transportproblem: Von drei Versandorten (V1, V2 und V3), an denen ein Produkt in den Mengen 30, 24 und 42 vorhanden ist, sollen vier Empfangsorte (E1, E2, E3 und E4) beliefert werden. Der Bedarf der vier Empfangsorte ist 20, 25, 15 und 36 Einheiten. Die Entfernungen und damit die Transportkosten sind unterschiedlich groß. Die Kosten für die Versendung von i nach j pro Mengeneinheit c_{ij} sind in nachstehender Tabelle fett aufgeführt:

| | | Empfänger | | | | |
|---------------------|----|-----------|----------|----------|-----------|----|
| | | E1 | E2 | E3 | E4 | |
| Ver- sen- der | V1 | 7 | 6 | 4 | 2 | 30 |
| | V2 | 9 | 5 | 6 | 8 | 24 |
| | V3 | 6 | 5 | 4 | 10 | 42 |
| | | 20 | 25 | 15 | 36 | |

1. Erstellen Sie eine Ausgangslösung mit Hilfe des Nordwest-Ecken-Verfahrens! Welche Mengen werden dabei von den Versandorten zu den Empfangsorten transportiert? Welche Kosten entstehen?
2. Wählen Sie nun das Bewertungsverfahren als Ausgangslösung! Welche Mengen werden nun von den Versandorten zu den Empfangsorten transportiert? Welche Kosten entstehen?
3. Wählen Sie nun das Vogel'sche Näherungsverfahren als Ausgangslösung! Welche Mengen werden jetzt von den Versandorten zu den Empfangsorten transportiert? Welche Kosten entstehen jetzt?

Ein weiteres Problem – bitte auch nach 1. bis 3. lösen

Gegeben sei folgendes Transportproblem: Von drei Versandorten (V1, V2 und V3), an denen ein Produkt in den Mengen 40, 90 und 80 vorhanden ist, sollen fünf Empfangsorte (E1, E2, E3, E4 und E5) beliefert werden. Der Bedarf der fünf Empfangsorte beträgt 30, 50, 40, 60 und 30 Einheiten. Die Entfernungen und damit die Transportkosten sind unterschiedlich groß. Die Kosten für die Versendung von i nach j pro Mengeneinheit c_{ij} sind in nachstehender Tabelle fett aufgeführt:

| | | Empfänger | | | | | |
|---------------------|----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----|
| | | E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | |
| Ver- sen- der | V1 | 16 | 12 | 18 | 17 | 19 | 40 |
| | V2 | 14 | 13 | 17 | 15 | 14 | 90 |
| | V3 | 15 | 16 | 14 | 18 | 13 | 80 |
| | | 30 | 50 | 40 | 60 | 30 | |